EXPÉRIENCE — LE MOUVEMENT HARMONIQUE SIMPLE

BUT

Étudier le mouvement harmonique simple grâce à un système masse-ressort.

MATÉRIEL

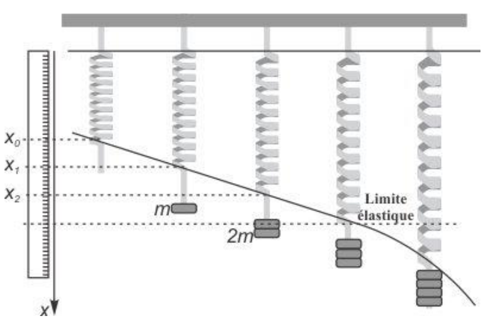
- Support vertical muni d’une règle
- Ensembles de masses calibrées
  (1 % d’incertitude sur les valeurs indiquées)
- Deux ressorts différents (choix parmi cinq ressorts différents)
- Équerre
- Chronomètre

THÉORIE

Une particule ou un objet se déplaçant sous l'influence d'une force de rappel linéaire, comme c'est le cas pour la loi de Hooke, décrit un mouvement harmonique simple (M.H.S.). Ce mouvement d'oscillation périodique est l'un des plus fréquents dans la nature. La période d'oscillation d'un objet dans un mouvement harmonique simple pour le cas d’un système masse-ressort est reliée à la constante de proportionnalité de la loi de Hooke (constante de rappel du ressort), que l’on peut par ailleurs déterminer en étudiant le système au repos.

Selon la loi de Hooke ($\vec{F} - k\vec{x}$), la force de rappel d’un ressort est directement proportionnelle à son allongement. Un ressort dont l’extrémité mobile se trouve initialement à x_0 s'étire d'une longueur (x_1 - x_0) si on y suspend une masse *m* (voir figure ci-dessous). L'équilibre survient lorsque la force de rappel du ressort est égale (en module) à la force qui provoque son allongement, soit la force gravitationnelle :

$$F_{res} = mg = k(x_1 - x_0)$$



(Utilisons ici un axe *x* vers le bas pour indiquer la position de l’extrémité libre.)

De la même façon, si nous ajoutons une seconde masse *m* le système s'étirera jusqu'à une longueur x_2 :

$$F_{res} = (2m)g = k(x_2 - x_0)$$

et ainsi de suite. La relation linéaire de la loi de Hooke est valide tant que l'élongation n'est pas trop grande. Par contre, si nous dépassons la *limite élastique*, le ressort subira une déformation permanente et son comportement n’obéira plus aux équations utilisées.

Pour une position quelconque *x* de l’extrémité libre, la loi de Hooke peut s'écrire (si on ne tient compte que du module du poids d’une masse *m* quelconque) :

$$F = mg = k(x - x_0) = kx - kx_0$$

Si on veut plutôt exprimer la position comme une fonction du poids suspendu, on aura :

$$x = \frac{1}{k}mg + x_0,$$

équation dont la forme correspond à celle d’une droite :

$$y = ax + b$$

L’étude d’un système masse-ressort au repos nous permet donc de déterminer la valeur de la constante de rappel.

Lorsque la masse est mise en oscillation, le mouvement peut être représenté par l’équation

$$y = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

et la période obéit à l’équation suivante :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

La relation entre *T* et *m* n’est donc pas linéaire. En relevant différentes valeurs de périodes et masses suspendues, on pourrait trouver la constante de rappel à l’aide d’un graphique, à condition de pouvoir analyser une fonction « racine carrée », ce qui n’est pas disponible dans Excel. On doit donc développer une relation linéaire entre *T* et *m*, pour obtenir une droite, et utiliser sa pente pour déterminer *k*.

Déterminez la grandeur linéairement liée à *m*, et du même coup l’expression liée à la pente, pour avoir une équation de la forme

$$\boxed{?_1} = \boxed{?_2}\ m$$

Après avoir déterminé l’expression « $?_1$ » linéairement liée à *m*, indiquez-la au tableau 3 et calculez sa valeur pour chaque ligne (ainsi que son incertitude), et produisez le graphique approprié dont la pente sera liée à l’expression « $?_2$ » et permettra de calculer *k*.

MANIPULATIONS

En vue de pouvoir interpréter plus facilement les mesures obtenues, faites en sorte que l'extrémité de la règle verticale (zéro) coïncide avec la première spire étirable à l'extrémité fixe du ressort (celle qui est immobile).

A- Élongation d'un ressort (pour chacun des 2 ressorts)

Utilisez d'abord votre ressort le plus long. Pour la première mesure, identifiez la masse la plus faible faisant en sorte que toutes les spires du ressort soient tout juste décollées les unes des autres (pour que le comportement du ressort soit bien celui modélisé par la loi de Hooke). Après avoir choisi cette masse adéquatement, mesurez la position de la dernière spire étirée à l'extrémité mobile du ressort, à sa position d'équilibre. Notez cette position à la première ligne du tableau 1.

Ajoutez ensuite des masses de façon à obtenir le plus grand étirement raisonnable pour ce ressort, en évitant à tout prix une déformation permanente (demeurez dans les limites d'élasticité en limitant l'allongement des ressorts à un facteur 5 environ). Cette masse pourrait être la plus élevée de vos mesures et notée à la dernière ligne du tableau 1.

Suspendez ensuite diverses valeurs de masse comprises entre les limites déjà mesurées, et complétez les tableaux 1 et 2 en faisant la même chose avec le ressort plus court.

Remarque : La position étudiée n'est jamais celle du « ressort ». Le ressort occupe par sa longueur une infinité de positions. On relève plutôt la position *de son extrémité mobile*.

B- Période d'oscillation

Accrochez votre ressort le plus long, et suspendez-y une masse juste assez grande pour permettre des oscillations lors desquelles les spires ne se touchent pas. Notez cette valeur dans le tableau 3. Étirez légèrement ce système masse-ressort et déterminez, avec l'aide d'un chronomètre, la durée de 20 oscillations (t_{20}). Notez cette valeur dans le tableau.

Répétez la procédure pour 9 autres masses plus élevées, sans dépasser la limite élastique du ressort. Attention : le ressort ne doit pas dépasser sa limite élastique même durant les oscillations, et ses spires ne doivent pas se toucher.

Prenez l'autre ressort (le plus court), et mesurez la durée de 20 oscillations pour l'une (une seule) des valeurs de masse que vous avez notées dans le tableau 2. Reportez ces valeurs de masse et durée au tableau 4.

Calculez à partir de cette durée la période d'oscillation et notez cette valeur au tableau 4 (c'est la période mesurée).

Remarque : L'incertitude sur les mesures de temps implique deux actions sur le chronomètre. Considérez une incertitude appropriée en tenant également compte du facteur humain.

ANALYSE DE L'ENREGISTREMENT

Élongation du ressort (Loi de Hooke)

- Faites un graphique de $x = f(mg)$ comprenant les deux courbes. Demandez l'affichage de la pente (vous permettant de calculer la constante de rappel de chacun des ressorts). Pour le ressort court, notez aussi au tableau 4 la constante de rappel trouvée.
- Déterminez si ces courbes devraient passer par l'origine (et faites le changement le cas échéant). Justifiez votre choix et interprétez ce que représente les valeurs d'ordonnée à l'origine si les courbes ne doivent pas passer par (0, 0). Tenez compte du fait qu'on a placé l'origine de la règle vis-à-vis une extrémité du ressort dans votre justification.
- **Calcul du travail du ressort** (vous pouvez utiliser les outils de dessin de Word pour tracer les lignes demandées ci-après) :
  Pour la droite de votre ressort le plus long sur le graphique, tracez une ligne horizontale s'étendant de *l'intersection de l'axe vertical et de la droite tracée*, jusque *vis-à-vis le dernier point*. Complétez un triangle en traçant une ligne verticale reliant le dernier point à la droite horizontale obtenue.
- Vérifiez que l'aire sous la courbe trouvée (l'aire du triangle formé) est égale au travail fait en étirant le ressort de sa position x_0 à sa position la plus étirée de votre expérience, c'est-à-dire que $W = \frac{1}{2}k \cdot \Delta x^2 = A = \frac{1}{2}bh$, Δx étant l'allongement subi par le ressort, de sa position x_0 (l'ordonnée à l'origine) jusqu'à la position la plus éloignée lors des mesures.

Période d'oscillation (M.H.S.)

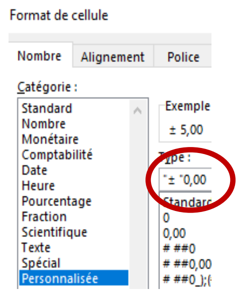
- Puisque Excel n'offre pas de courbe de tendance pour une fonction *racine carrée*, faites un changement de variable approprié (sur la variable dépendante) pour « linéariser » la fonction reliant la variable dépendante T et la variable indépendante m. Remplissez adéquatement la dernière colonne du tableau 3 ($?_1$) en vue de tracer un graphique. Démontrez dans votre rapport de quelle façon vous allez déterminer k jusqu'à l'obtention d'une équation algébrique de k.
- Faites tracer le graphique de la nouvelle relation et déterminez la pente de ce graphique.
- Déterminez si la courbe devrait passer par l'origine (et faites le changement le cas échéant). Justifiez votre choix et interprétez ce que représente l'ordonnée à l'origine si la courbe ne passe pas par (0, 0).
- À partir de la pente du graphique, calculez la constante de rappel du ressort. Comparez cette constante de rappel trouvée avec celle obtenue dans la partie « élongation » (qui servira de référence ici).
- Pour le ressort court (tableau 4), utilisez la constante de rappel trouvée dans la partie A pour calculer ce que devrait être la période d'oscillation avec la masse utilisée (via l'équation énoncée dans la section théorie). Notez cette *période calculée* au tableau 4. Calculez le pourcentage d'écart de la valeur mesurée avec cette valeur calculée.

Remarques :

[1]Une case Excel ne peut contenir deux valeurs (et pas avec des symboles) si on veut les calculer distinctement ou permettre au graphique de les utiliser! Pour inscrire une valeur et son incertitude dans ce qui semble être une seule colonne, il faut en réalité utiliser plusieurs colonnes voisines, dont les cases d'entête sont fusionnées (on ne donne pas deux titres distincts à une valeur et son incertitude). Ajustez les dimensions des colonnes et alignez les contenus pour « assembler » les valeurs.

Titre (cases fusionnées) (m)		
5,00	±	0,05
6,00	±	0,06
7,00 ±		←0,07

[2]Il sera utile, pour le calcul de l'incertitude de « T^2 » que le symbole « ± » ne soit pas inscrit de façon habituelle dans cette case. Vous pourrez alors référer à cette case dans l'équation du calcul d'incertitude « T^2 ». Pour que le symbole « ± » s'affiche néanmoins, inscrivez la valeur seule, et dans le « Format de cellule », « onglet Nombre, choisissez la catégorie « Personnalisée », et dans la case « Type », inscrivez : "± "0,00 (pour avoir 2 décimales, ce que vous pourrez modifier ensuite de la façon habituelle). Tout ce qui est écrit entre guillemets"…" (le symbole « ± » ici) sera visible dans la cellule sans y être inscrit directement. (Voir figure ci-contre.)



À REMETTRE

- Page couverture.

Élongation du ressort (Loi de Hooke)

- Tableaux 1 et 2;
- Graphique unique de $x = f(mg)$, comprenant les 2 courbes;
- Calcul de la constante de rappel de chaque ressort à partir de la pente des deux droites;
- Interprétation de l'ordonnée à l'origine au sujet des ressorts;
- Traçage d'aire sous la courbe et calculs du travail du ressort long.

Période d'oscillation (M.H.S.)

- Tableaux 3 et 4;
- Procédé et commentaire sur la façon de *linéariser* la relation T vs m et d'obtenir une expression algébrique de k;
- Graphique $?_1 = f(m)$;
- Détermination de k (ressort long) et comparaison avec la valeur trouvée dans la partie sur l'élongation;
- Calcul de T (ressort court) et comparaison avec T réel.

Incertitudes

- ☑ Inscrire les valeurs d'incertitude dans les tableaux 1 à 3, mais sans remettre les calculs;
- ☐ Barres d'incertitudes sur les deux graphiques et calcul des incertitudes des constantes de rappel calculées.
- Date de remise : ____________________

- Pour des documents de rappel sur l'*incertitude sur la pente* et la *comparaison graphique de valeurs avec incertitudes*, consultez la section Laboratoire du même site, à csfoy.qc.ca/profs/maverreault/LABS.htm
- N'oubliez pas de consulter la liste des critères de correction pour la révision finale de votre rapport, à csfoy.qc.ca/profs/maverreault/Labs_Correction.htm

Tableau 1 : …titre… (ressort long)

Masse suspendue (g)	Poids « *mg* » (N)	Position à l'équilibre (m)
		±
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	

Tableau 2 : …titre… (ressort court)

Masse suspendue (g)	Poids « *mg* » (N)	Position à l'équilibre (m)
		±
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	
±	±	

Tableau 3 : …titre… (ressort long)

Masse suspendue	Temps requis	Période d'oscillation	$?_1$
m	t_{20}	T	?
(g)	(s)	(s)	
	±	[2]±	
±			[1]
±			
±			
±			
±			
±			
±			
±			
±			
±			

Tableau 4 : …titre… (ressort court)

Masse	g
t_{20}	s
Période mesurée	s
Constante de rappel k	N/m
Période calculée	s
Pourcentage d'écart	%