Équations Sect 4.1, #1 à 7 Sect 4.2, #8 à 12 Sect 4.3, #13 à 15 Sect 4.4/4.5, #16 à 24 Sect 4.6, #25 à 31 Sect 4.7, #32 à 33

CH 4 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

CONSTANTES UTILES

$c = 2{,}998 \times 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N \cdot m}^2}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{A}}$

$n_{air} \approx n_{vide} = 1$

$n_{eau} = 1{,}333$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{I = \frac{P_S}{4\pi r^2}}$ $\boxed{v = \frac{c}{n}}$

$\boxed{\theta = \theta'}$ $\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$

$\boxed{I = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_m^2 = \frac{1}{2\mu_0 c} E_m^2}$ $\boxed{I = I_0 \cos^2\theta}$

$\boxed{\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}}$

À moins d'indication contraire, considérer pour l'air un indice de réfraction identique à celui du vide.

4.1 PROPRIÉTÉS DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

4.1 Question : Orientation de champ solution ▶

Une onde électromagnétique se déplace vers l'axe x positif, à un moment où le champ électrique est dirigé vers l'axe z négatif. Quel est l'orientation du champ magnétique au même moment?

4.2 Exercice : Question d'unités solution ▶

Montrez par le traitement des unités que l'expression $1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ donne une vitesse.

4.3 Exercice : Fréquences visibles solution ▶

En assumant que les longueurs d'onde de la portion visible du spectre électromagnétique s'étendent de 400 nm à 700 nm, déterminez le domaine des fréquences visibles.

4.4 Exercice : Coup de Soleil solution ▶

Le Soleil rayonne autour de lui avec une puissance de $3{,}60 \times 10^{26}$ W. Déterminez l'irradiance qu'on reçoit du Soleil, sur Terre, à une distance de $1{,}49 \times 10^{11}$ m.

4.5 Exercice : 80 watts solution ▶

Soit une ampoule de 80,0 watts émettant partout autour d'elle. Si 5,30% de l'énergie qu'elle émet appartient au domaine visible, déterminez l'irradiance en lumière visible produite par cette ampoule à une distance de 4,50 m.

4.6 Exercice : Distance sécuritaire solution ▶

À quelle distance une surface doit-elle se trouver d'une source ponctuelle de 150 W pour recevoir une irradiance de 0,485 W/m²?

4.7 Exercice : Irradiance radio solution ▶

Lors du passage d'une onde radio d'une longueur d'onde précise, on mesure une amplitude du champ électrique de 0,250 V/m. Quelle est l'irradiance produite par cette onde à cet endroit?

4.2 LA POLARISATION

4.8 Question : Rotation de la lumière solution ▶

Pour chaque cas, déterminez combien de polariseurs sont requis au minimum pour produire de la lumière polarisée horizontalement à partir de la lumière décrite, et expliquez comment procéder.

a) De la lumière non polarisée.
b) De la lumière polarisée verticalement.

4.9 Exercice : Atténuation solution ▶

Quel angle doit faire l'axe de polarisation d'un polariseur avec de la lumière polarisée pour atténuer de 30,0% la lumière incidente?

4.10 Exercice : Double polariseur solution ▶

De la lumière non polarisée traverse successivement deux polariseurs dont les axes de polarisation font un angle de 50,0° l'un par rapport à l'autre. Quelle irradiance aura la lumière transmise par rapport à la lumière incidente d'irradiance I_0?

4.11 Exercice : 50% de réduction solution ▶

De la lumière polarisée traverse deux polariseurs dont les plans de polarisation font 40,0° entre eux. Quel angle doit faire le plan de polarisation de la lumière incidente avec l'axe du premier polariseur pour que l'énergie émergeant du second polariseur soit réduite de 50,0% par rapport à la lumière incidente?

4.12 Exercice : Triple polariseur solution ▶

De la lumière naturelle dont l'irradiance est de 90,0 W/m² passe à travers trois polariseurs successifs. Le premier et le troisième ont des axes de polarisation perpendiculaires l'un à l'autre. Quel angle doit faire l'axe de polarisation du second avec celui du premier pour que l'irradiance de la lumière émergeant du troisième polariseur soit de 10,0 W/m²? (Vous devrez utiliser les identités suivantes : $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$ et $\sin\theta = \cos(90° - \theta)$.)

4.3 LA VITESSE DE LA LUMIÈRE DANS LES MILIEUX TRANSPARENTS

4.13 Exercice : Limite de vitesse solution ▶

Calculez la vitesse de la lumière dans chacun des milieux suivants à partir de leur indice de réfraction :

a) Vide (n = 1)
b) Air (n = 1,0003)
c) Eau (n = 1,333)
d) Verre flint (n = 1,62)
e) Diamant (n = 2,42)

4.14 Exercice : Liquide inconnu solution ▶

Un rayon lumineux met 1,82 ns pour parcourir 37,2 cm d'un liquide inconnu. Déterminez l'indice de réfraction de ce liquide.

4.15 Exercice : Lame de diamant solution ▶

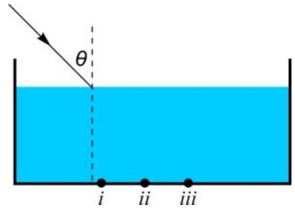
Un rayon lumineux met un temps t_1 pour parcourir dans l'air la distance d entre le point A et le point B. On insère une lame de diamant (n = 2,42) de 2,50 mm d'épaisseur sur le parcours du rayon de manière à doubler le temps de parcours. Que vaut la distance d?

4.1- y positif — **4.2**- (voir solution) — **4.3**- $4{,}28 \times 10^{14}$ Hz < f < $7{,}50 \times 10^{14}$ Hz — **4.4**- I = 1 290 W/m² — **4.5**- I_{vis} = 0,016 7 W/m² — **4.6**- r = 4,96 m — **4.7**- $I = 8{,}30 \times 10^{-5}$ W/m² — **4.8**- a) 1 — b) 2 — **4.9**- θ = 33,2° — **4.10**- $I_2 = 0{,}207 I_0$ — **4.11**- θ_1 = 22,6° — **4.12**- θ_2 = 35,3° — **4.13**- a) $v = 2{,}998 \times 10^{8}$ m/s — b) $v = 2{,}997 \times 10^{8}$ m/s — c) $v = 2{,}25 \times 10^{8}$ m/s — d) $v = 1{,}85 \times 10^{8}$ m/s — e) $v = 1{,}24 \times 10^{8}$ m/s — **4.14**- n = 1,47 — **4.15**- d = 3,55 mm

4.4/4.5 LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION

4.16 Question : L'aquarium solution ▶

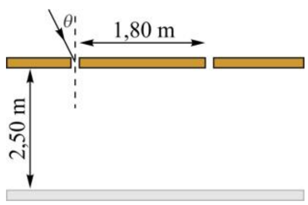
Un rayon lumineux atteint la surface d'un bassin d'eau.



a) Quel point le rayon lumineux est-il susceptible d'atteindre au fond du bassin en raison de la réfraction?
b) Si on fait augmenter le niveau d'eau sans modifier la position de la source du rayon, vers quel point le rayon semblera-t-il se déplacer dans le fond du bassin?
c) Si on ajoute plutôt du sel à l'eau, ce qui a pour effet de faire augmenter l'indice de réfraction, vers quel point le rayon semblera-t-il se déplacer au fond du bassin?
d) Si on fait en sorte que le rayon frappe la surface avec un angle θ plus grand, vers quel point le rayon semblera-t-il se déplacer au fond du bassin?

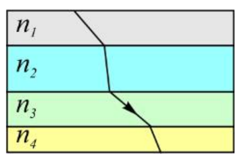
4.17 Exercice : Miroir, miroir solution ▶

On veut faire entrer un rayon par une ouverture située 2,50 m au-dessus d'un miroir horizontal, pour le faire ressortir par une autre ouverture située à 1,80 m de la première. Quel angle doit faire le rayon incident avec la verticale à son entrée dans la première ouverture?



4.18 Question : Dans l'ordre solution ▶

On observe un rayon lumineux traverser successivement quatre couches de milieux différents (voir l'image ci-contre). Placer en ordre croissant les indices de réfraction des quatre milieux, du plus faible au plus élevé.



4.19 Exercice : Réfraction simple solution ▶

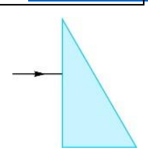
Un rayon frappe la surface plane d'un milieu dont l'indice de réfraction est 1,51, faisant un angle de 32,7° avec la perpendiculaire à la surface. Quel angle fera le rayon avec la même perpendiculaire de l'autre côté de la surface?

4.20 Exercice : Angle droit solution ▶

Déterminez pour quel angle incident d'un rayon lumineux sur l'eau le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont perpendiculaires. (L'identité trigonométrique « $\cos\theta = \sin(90° - \theta)$ » est utile.)

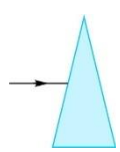
4.21 Exercice : Prisme #1 solution ▶

Un rayon lumineux frappe un prisme à angle droit. Le verre de prisme présente un indice de réfraction de 1,43 et l'angle au sommet est de 30,0°. Quel angle θ fera le rayon émergent avec la perpendiculaire à la seconde surface traversée?



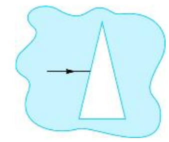
4.22 Exercice : Prisme #2 solution ▶

Un rayon lumineux horizontal frappe un prisme isocèle (n = 1,38) dont l'angle au sommet est de 30,0° et dont la base est horizontale. À quel angle le rayon émergera-t-il du prisme par rapport à l'horizontale?



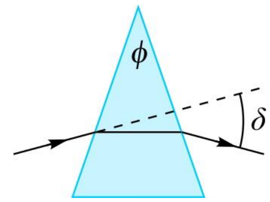
4.23 Exercice : Prisme #3 solution ▶

Un rayon lumineux horizontal se déplaçant dans l'eau (n = 1,333) frappe un « prisme d'air ». Le prisme est isocèle, son angle au sommet est de 30,0° et sa base est horizontale. Quel angle fera le rayon émergent avec l'horizontale?



4.24 Exercice : Déviation minimale solution ▶

Lorsque la lumière traverse un prisme, la déviation totale (δ) est l'angle entre la direction du rayon incident initial et le rayon émergent de la seconde réfraction (voir figure ci-contre). Cette déviation est minimale lorsque le rayon traverse le prisme de façon symétrique par rapport au sommet.

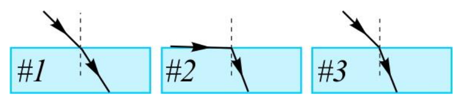


Pour un prisme dont l'indice de réfraction est 1,55 et dont l'angle au sommet est ϕ = 40,0°, déterminez la valeur de la déviation minimale.

4.6 LA RÉFLEXION TOTALE INTERNE

4.25 Exercice : Indices en ordre solution ▶

Trois verres de type différents sont analysés de différentes manières avec un rayon lumineux, tel que sur la figure suivante. Déterminez le verre ayant l'indice :



a) le plus élevé;
b) le plus faible.

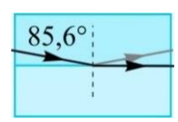
4.26 Exercice : Eau critique solution ▶

Quel est l'angle critique de réflexion totale interne pour l'interface entre l'eau et le verre? (n_{verre} = 1,48)

4.27 Exercice : Halocline solution ▶

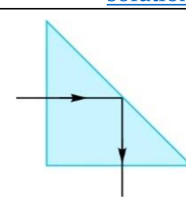
Une halocline est la transition verticale entre des eaux de salinité différente. Dans certaines conditions cette démarcation peut être assez nette et se comporte comme l'interface plane entre les deux types d'eau.

On observe dans un certain cas que c'est la lumière provenant du dessus de l'halocline qui réfléchit entièrement sur l'interface, dès qu'elle fait un angle d'au moins 85,6°. Si l'eau au-dessus de l'halocline a un indice de réfraction de 1,336, quel est l'indice de réfraction de l'eau sous l'halocline?



4.28 Exercice : Prisme rectangle solution ▶

Un rayon lumineux frappe à angle droit un prisme rectangle isocèle en verre, dans l'air, tel que sur la figure ci-contre. Dans le prisme, le rayon subit une réflexion totale interne sur la seconde face. Déterminez l'indice de réfraction minimal assurant cette réflexion totale interne.

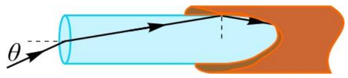


4.16 - a) *ii* — b) *i* — c) *i* — d) *iii* — **4.17** - θ = 19,8° — **4.18** - $n_3 < n_1 < n_4 < n_2$ — **4.19** - θ_2 = 21,0° — **4.20** - θ = 53,1° — **4.21** - θ_2 = 45,6°
4.22 - 12,0° sous l'horizontale — **4.23** - 7,65° au-dessus de l'horizontale — **4.24** - δ = 24,0° — **4.25** - a) #2 — b) #1 — **4.26** - θ_c = 64,2° — **4.27** - n = 1,332
4.28 - n = 1,41

4.29 Exercice : La fenêtre de Snell solution ▶

Une fenêtre de Snell est le cercle par lequel un plongeur sous l'eau aperçoit le ciel en regardant vers le haut. La lumière du ciel ne lui parvient que depuis un cercle à la surface de l'eau, à l'extérieur duquel la surface semble sombre. À quel angle, par rapport à la verticale, aperçoit-il la démarcation entre la zone claire et la zone sombre?

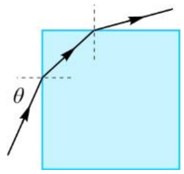
4.30 Exercice : Fibre optique solution ▶



Une fibre optique est conçue pour transporter la lumière dans un conduit transparent de verre (n = 1,466). L'entrée de la lumière à l'extrémité perpendiculaire de la fibre doit se faire à un angle d'incidence θ_1 ne dépassant pas 8,80° pour que la lumière subisse toujours une réflexion totale interne contre la gaine de la fibre de verre. Déterminez l'indice de réfraction minimal de la gaine qui assure cette condition.

4.31 Exercice : Coin de cube solution ▶

Pour quels angles θ le rayon lumineux parviendra-t-il à émerger d'un cube de polytétrafluoroéthylène par la face du haut? (n_{cube} = 1,32)



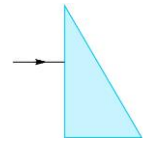
4.7 LA DISPERSION

4.32 Question : Dans quel ordre solution ▶

Si une lampe est placée au fond d'une piscine, est-ce que la dispersion séparera les couleurs lorsque la lumière émerge de l'eau? L'extrémité rouge du spectre visible est-elle déviée davantage, autant, ou moins que l'extrémité violette?

4.33 Exercice : Dispersion visible solution ▶

Un rayon de lumière blanche entre perpendiculairement dans un prisme de verre. Le rayon rencontre la seconde face du prisme selon un angle de 30,0°. Quel est l'angle dans l'air entre la lumière rouge (n = 1,435 dans le verre) et la lumière violette (n = 1,444 dans le verre)?



4.29 - θ = 48,6° — **4.30** - n_G = 1,458 — **4.31** - $\theta \geq$ 59,5° — **4.32** - Moins — **4.33** - $\Delta\theta$ = 0,371°

CH 4 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

4.1 PROPRIÉTÉS DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

4.1 Solution : Orientation de champ retour à la question ▲

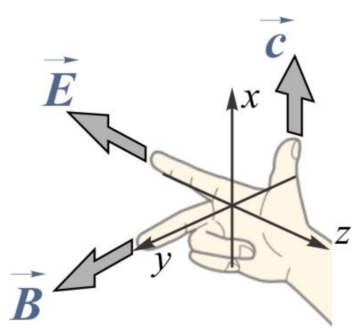
L'axe y positif

L'orientation des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ est telle que le résultat du produit vectoriel $\vec{E} \times \vec{B}$ est orienté selon la direction de la vitesse de la lumière $\vec{c}$. Il n'est pas simple de procéder à l'inverse du produit scalaire, mais on peut utiliser la règle de la main droite pour déduire l'orientation du champ magnétique $\vec{B}$ qui fait que le champ électrique $\vec{E}$ est orienté selon z négatif et que le rayon se propage vers x positif.

D'abord, l'orientation recherchée est nécessairement l'une des deux orientations possibles du troisième axe, l'axe y. Ensuite, la règle de la main droite indique que les vecteurs multipliés, dans l'ordre, sont représentés par l'index droit et le majeur replié, alors que le résultat est orienté selon la direction du pouce, écarté.

Si on place l'index dans la direction du champ magnétique (le premier vecteur du produit), et le pouce dans la direction du rayon lumineux, la direction indiquée par l'index est donc celle du champ magnétique.

En considérant un système d'axes x-y-z respectant lui-même la règle de la main droite (voir figure ci-contre), on constante que le champ magnétique est orienté selon l'axe y positif.



retour à la question ▲

4.2 Solution : Question d'unités retour à la question ▲

En remplaçant les variables de l'expression uniquement par les unités, on trouve :

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{C^2}{N\cdot m^2} \times \frac{T\cdot m}{A}}}$$

Si on remplace toutes les unités composées par les unités fondamentales, on remplace les teslas par des kg/(A·s²), les newtons par des kg·m/s² et les coulombs par des A·s. Ainsi, l'expression devient :

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{(A\cdot s)^2}{\left(\frac{kg\cdot m}{s^2}\right)\cdot m^2} \times \frac{\left(\frac{kg}{A\cdot s^2}\right)\cdot m}{A}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{s^2(A\cdot s)^2}{kg\cdot m\cdot m^2} \times \frac{kg\cdot m}{A\cdot s^2\cdot A}}} = \sqrt{\frac{kg\cdot m\cdot m^2}{s^2(A\cdot s)^2} \times \frac{A\cdot s^2\cdot A}{kg\cdot m}} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \boldsymbol{\frac{m}{s}}$$

retour à la question ▲

4.3 Solution : Fréquences visibles retour à la question ▲

$4{,}28\times10^{14}$ Hz $< f <$ $7{,}50\times10^{14}$ Hz

Par l'équation du lien entre vitesse de la lumière, fréquence et longueur d'onde, on trouve :

$$c = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

Pour les deux longueurs d'onde limite :

$$f_{400} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998\times10^8\ \frac{m}{s}}{400\times10^{-9}\ m} = \mathbf{7{,}50 \times 10^{14}\ Hz}$$

$$f_{700} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998\times10^8\ \frac{m}{s}}{700\times10^{-9}\ m} = \mathbf{4{,}28 \times 10^{14}\ Hz}$$

retour à la question ▲

4.4 Solution : Coup de Soleil retour à la question ▲

I = 1 290 W/m²

L'irradiance I, à une distance r d'une source de puissance P_S, est :

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2} = \frac{3{,}60\times10^{26}\ W}{4\pi\times(1{,}49\times10^{11}\ m)^2} = \mathbf{1\,290\ \frac{W}{m^2}}$$

retour à la question ▲

4.5 Solution : 80 watts retour à la question ▲

I_{vis} = 0,016 7 W/m²

L'irradiance I, à une distance r d'une source de puissance P_S, est :

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}$$

Si on ne considère que la puissance contenue en lumière visible, on multiplie cette expression par le pourcentage de lumière visible (qu'on peut désigner par le rendement R) :

$$I_{vis} = \frac{P_S}{4\pi r^2} \times R = \frac{80{,}0\ W}{4\pi\times(4{,}50\ m)^2} \times 0{,}053\,0 = \mathbf{0{,}016\,7\ \frac{W}{m^2}}$$

retour à la question ▲

4.6 Solution : Distance sécuritaire retour à la question ▲

r = 4,96 m

L'irradiance I, à une distance r d'une source de puissance P_S, est :

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}$$

En isolant la distance r, on trouve :

$$r = \sqrt{\frac{P_S}{4\pi \times I}} = \sqrt{\frac{150\ W}{4\pi \times 0{,}485\ \frac{W}{m^2}}} = \mathbf{4{,}96\ m}$$

retour à la question ▲

4.7 Solution : Irradiance radio retour à la question ▲

I = 8,30×10⁻⁵ W/m²

L'irradiance, en fonction de l'amplitude du champ électrique, est donnée par :

$$I = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_{max}^2 = \frac{\left(8{,}854\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)\times\left(2{,}998\times10^{8}\ \frac{m}{s}\right)}{2} \times \left(0{,}250\ \frac{V}{m}\right)^2 = \mathbf{8{,}30\times^{-5}\ \frac{W}{m^2}}$$

retour à la question ▲

4.2 LA POLARISATION

4.8 Solution : Rotation de la lumière retour à la question ▲

a) 1 polariseur

La lumière non polarisée traversant un polariseur sera polarisée dans la même orientation que l'axe de ce polariseur. Il suffit de placer l'axe d'un polariseur seul à l'horizontale pour obtenir de la lumière polarisée horizontalement.

b) 2 polariseurs

La lumière polarisée verticalement ne peut être transformée en lumière polarisée horizontalement avec un polariseur seul. Le polariseur d'où émerge la lumière résultant doit avoir un axe de polarisation horizontal, mais la lumière polarisée verticalement serait atténuée complètement en traversant un polariseur dont l'axe est perpendiculaire à cette lumière.

Un premier polariseur dont l'axe n'est pas perpendiculaire à la lumière produira de la lumière polarisée obliquement (peu importe l'angle), tout en étant atténuée. Un second polariseur dont l'axe est horizontal produira ensuite de la lumière polarisée horizontalement, encore une fois atténuée mais pas complètement. Deux polariseurs suffisent donc.

retour à la question ▲

4.9 Solution : Atténuation retour à la question ▲

θ = 33,2°

L'irradiance émergente d'un rayon de lumière polarisée traversant un polariseur est donnée par :

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

On cherche l'angle θ tel que $I = 0{,}300 I_0$, car une atténuation DE 30 % signifie que 70 % de l'irradiance demeurera. En isolant l'angle θ, on trouve :

$$\theta = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right) = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{0{,}700 I_0}{I_0}}\right) = \cos^{-1}\left(\sqrt{0{,}700}\right) = \mathbf{33{,}2°}$$

retour à la question ▲

4.10 Solution : Double polariseur retour à la question ▲

$I_2 = 0{,}207I_0$

La lumière originale (d'intensité I_0) étant non polarisée, celle-ci subit une atténuation de 50% en traversant un premier polariseur. On peut écrire :

$$I_1 = \tfrac{1}{2}I_0$$

Un second polariseur fait un angle de $\theta = 50{,}0°$ (son axe de polarisation) par rapport au plan de polarisation de la lumière d'intensité I_1. La lumière émergeant de ce second polariseur aura une irradiance donnée par :

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta \quad = \quad \tfrac{1}{2}I_0 \cos^2\theta \quad = \quad \tfrac{1}{2}I_0 \cos^2 50{,}0° \quad = \quad \mathbf{0{,}207}\boldsymbol{I_0}$$

retour à la question ▲

4.11 Solution : 50% de réduction retour à la question ▲

$\theta_1 = 22{,}6°$

On ignore l'angle (appelons-le θ_1) que fait l'axe de polarisation du premier polariseur avec le plan de polarisation de la lumière incidente. On ne peut donc pas quantifier l'irradiance de la lumière émergeant de ce premier polariseur, mais on peut établir l'équation qui la définit :

$$I_1 = I_0 \cos^2\theta_1$$

Cette lumière émergeant du premier polariseur atteint le second polariseur, celui-ci présentant un axe de polarisation faisant un angle $\theta_2 = 40{,}0°$ avec l'axe de polarisation du premier (donc avec la lumière qui en émerge). Ainsi, l'irradiance de la lumière émergeant du second polariseur est donnée par :

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta_2$$

Par ailleurs, on veut que la lumière émergeant du second polariseur soit réduite de 50,0% par rapport à la lumière incidente, ce qui signifie que $I_2 = ½I_0$. Ainsi, on peut développer une équation unique qui permettra de calculer l'irradiance de la lumière originale :

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta_2$$

$$\left(\tfrac{1}{2}I_0\right) = \left(I_0 \cos^2\theta_1\right)\cdot\cos^2\theta_2$$

$$\frac{1}{2} = \left(\cos^2\theta_1\right)\cdot\left(\cos^2\theta_2\right)$$

On cherche θ_1, donc :

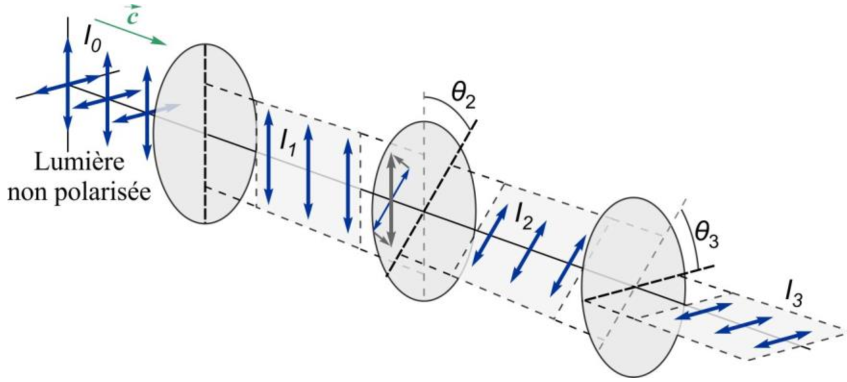
$$\theta_1 = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{2\cos^2\theta_2}}\right) \quad = \quad \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{2\cos^2 40{,}0°}}\right) \quad = \quad \mathbf{22{,}6°}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

4.12 Solution : Triple polariseur retour à la question ▲

θ_2 = 35,3°



On peut illustrer le parcours de la lumière avec la figure ci-contre, où 3 polariseurs se trouvent sur le chemin d'un rayon lumineux, l'axe de transmission du 3e étant perpendiculaire à l'axe de transmission du 1er.

D'abord, la lumière naturelle (non polarisée) subit une atténuation d'un facteur 2 en traversant un polariseur. Ainsi, on peut écrire, pour l'irradiance émergeant du premier polariseur :

$$I_1 = \tfrac{1}{2} I_0$$

Cette lumière d'irradiance I_1 atteint un second polariseur selon un angle θ_2 inconnu avec son axe de transmission (l'angle recherché). L'irradiance qui émerge de ce second polariseur est :

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta_2 \qquad (2)$$

Finalement, un troisième polariseur perpendiculaire au premier reçoit la lumière d'irradiance I_2 et il en émerge la lumière finale d'irradiance I_3. S'il est perpendiculaire au premier polariseur, l'angle qu'il fait avec le plan de polarisation de la lumière qui l'atteint est (90°–θ_2) :

$$I_3 = I_2 \cos^2\theta_2 \quad = \quad I_2 \cos^2(90° - \theta_1) \qquad (3)$$

En réunissant les équations (1), (2) et (3), on pourra isoler l'angle θ_2 et utiliser la valeur visée pour l'irradiance I_3 = 10,0 W/m² :

$$I_3 = I_2 \cos^2(90° - \theta_2) \quad = \quad \underbrace{(I_1 \cos^2\theta_1)}_{I_2} \cdot \cos^2(90° - \theta_2) \quad = \quad \left(\underbrace{\left(\tfrac{1}{2} I_0\right)}_{I_1} \cdot \cos^2\theta_2\right) \cdot \cos^2(90° - \theta_2)$$

$$I_3 = \tfrac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2\theta_2 \cdot \cos^2(90° - \theta_2)$$

Isoler l'angle θ_1 dans cette équation requiert l'utilisation des identités trigonométriques suggérées. D'abord, le terme $\cos(90° - \theta_2)$ est équivalent à $\sin(\theta_2)$, donc :

$$I_3 = \tfrac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2\theta_2 \cdot \sin^2\theta_2$$

On peut ensuite réarranger l'expression pour voir l'utilité de la seconde identité trigonométrique :

$$I_3 = \tfrac{1}{2} I_0 \cdot (\cos^2\theta_2) \cdot (\sin^2\theta_2) \quad = \quad \tfrac{1}{2} I_0 (\sin\theta_2 \cos\theta_2)^2$$

Le terme $(\sin\theta_2 \cos\theta_2)$ peut alors être remplacé par $\left(\tfrac{1}{2}\sin(2\theta_1)\right)$:

$$I_3 = \tfrac{1}{2} I_0 \cdot (\sin\theta_2 \cos\theta_2)^2 \quad = \quad \tfrac{1}{2} I_0 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\sin(2\theta_2)\right)^2 \quad = \quad \frac{I_0 \sin^2(2\theta_2)}{8}$$

On peut finalement isoler et calculer θ_2 :

$$\theta_2 = \tfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{8 I_3}{I_0}}\right) \quad = \quad \tfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{8 \times 10{,}0 \,\frac{W}{m^2}}{90{,}0 \,\frac{W}{m^2}}}\right) \quad = \quad \mathbf{35{,}3°}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲

4.3 LA VITESSE DE LA LUMIÈRE DANS LES MILIEUX TRANSPARENTS

retour à la question ▲

4.13 Solution : Limite de vitesse retour à la question ▲

La vitesse de la lumière dans un milieu d'indice *n* est donnée par :

$$v = \frac{c}{n} \qquad (1)$$

a) v = 3,00×10^8 m/s

Pour le vide où n = 1 :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{1} = \mathbf{2{,}998 \times 10^8\,\frac{m}{s}}$$

b) v = 2,997×10^8 m/s

Pour l'air où n = 1,0003 :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{1{,}000\,3} = \mathbf{2{,}997 \times 10^8\,\frac{m}{s}}$$

On doit conserver un peu plus de précision qu'à l'habitude pour rendre perceptible l'effet de l'air par rapport au vide.

c) v = 2,25×10^8 m/s

Pour l'eau où n = 1,333 :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{1{,}333} = \mathbf{2{,}25 \times 10^8\,\frac{m}{s}}$$

d) v = 1,85×10^8 m/s

Pour le verre flint où n = 1,62 :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{1{,}62} = \mathbf{1{,}85 \times 10^8\,\frac{m}{s}}$$

e) v = 1,24×10^8 m/s

Pour le diamant où n = 2,42 :

$$v = \frac{c}{n} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{2{,}42} = \mathbf{1{,}24 \times 10^8\,\frac{m}{s}}$$

retour à la question ▲

4.14 Solution : Liquide inconnu retour à la question ▲

n = 1,47

Par cinématique, on peut trouver la vitesse de la lumière dans le matériau inconnu :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0{,}372\,m}{1{,}82\times10^{-9}\,s} = 2{,}04 \times 10^8\,\frac{m}{s}$$

Cette vitesse est liée à l'indice de réfraction du matériau par :

$$v = \frac{c}{n} \qquad \Rightarrow \qquad n = \frac{c}{v} = \frac{2{,}998\times10^8\,\frac{m}{s}}{2{,}04\times10^8\,\frac{m}{s}} = \mathbf{1{,}47}$$

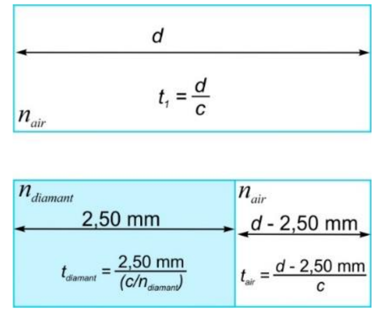
retour à la question ▲

4.15 Solution : Lame de diamant

retour à la question ▲

retour à la question ▲

d = 3,55 mm



L'énoncé fait allusion à deux scénarios tels que le temps de parcours dans un cas est le double du temps de parcours dans l'autre. En équation, on peut écrire :

$$t_2 = 2t_1$$

Une vitesse étant une distance sur un intervalle de temps ($v = d/t$), dans le premier cas, le temps de parcours se limite à un parcours dans l'air ($n_{air} \approx 1$), d'où :

$$v = \frac{d}{t_1} = \frac{c}{n_{air}} = \frac{c}{1} = c \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{d}{c}$$

La figure ci-contre illustre les deux scénarios de parcours.

Dans le second cas, le temps de parcours est la somme du temps passé dans chaque milieu. En désignant la e la distance dans le diamant (e = 2,50 mm) :

$$t_2 = t_{diamant} + t_{air} = \frac{e}{v_{diamant}} + \frac{d-e}{v_{air}} = \frac{e}{c/n_{diamant}} + \frac{d-e}{c}$$

$$= \frac{e \cdot n_{diamant}}{c} + \frac{d-e}{c} = \frac{1}{c}(d - e + e \cdot n_{diamant})$$

Le rapport des deux temps $t_2 = 2t_1$ entraîne :

$$\left(\frac{1}{c} \cdot (d - e + en_{diamant})\right) = 2 \times \left(\frac{d}{c}\right)$$

On peut isoler d dans cette dernière équation :

$$d = e(n_{diamant} - 1) = 2{,}50\ mm \times (2{,}42 - 1) = \mathbf{3{,}55\ mm}$$

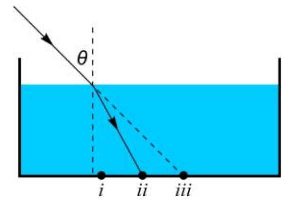
retour à la question ▲

4.4/4.5 LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION

▲ retour à la question

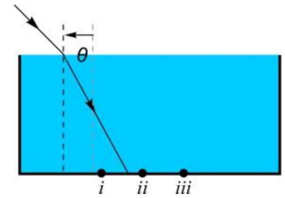
4.16 Solution : L'aquarium retour à la question ▲

a) Le point *ii*



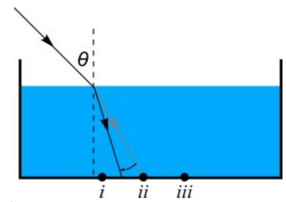
Le rayon lumineux incident semble être aligné avec le point *iii*. Puisque le rayon se rapprochera de la perpendiculaire à la surface en entrant dans un milieu d'indice plus élevé, il pourra atteindre le point *ii*. Le point *i* est trop près de la perpendiculaire et exigerait un indice de réfraction très fort, ce qui n'est pas le cas pour l'eau. C'est donc aux environs du point *ii* que le rayon lumineux atteindra le fond du bassin.

b) Le point *i*



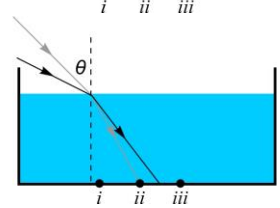
Si le niveau d'eau augmente, le point d'entrée du rayon dans l'eau se déplacera vers la gauche (voir figure ci-contre). Ainsi, la déviation du rayon se produira plus près de la gauche du bassin et le rayon progressera encore moins loin vers la droite que dans la situation originale. Au fond du bassin, le rayon se déplacera donc vers le point *i*.

c) Le point *i*



Si le sel fait augmenter l'indice de réfraction de l'eau, la déviation du rayon lumineux sera encore plus forte et il se rapprochera encore plus de la perpendiculaire à son entrée dans l'eau. À partir du point *ii*, le point d'arrivée du rayon se déplacera alors vers le point *i*.

d) Le point *iii*

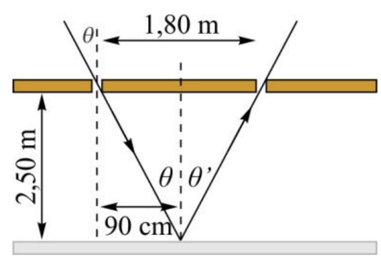


L'augmentation de l'angle d'incidence (avec la perpendiculaire) entraîne un angle de réfraction également plus grand (même si l'augmentation des deux angles n'est pas la même). Ainsi, un rayon réfracté faisant un angle plus grand avec la perpendiculaire s'éloignera du point *ii* et se dirigera au fond du bassin vers le point *iii*.

retour à la question ▲

4.17 Solution : Miroir miroir retour à la question ▲

θ = 19,8°



Puisque la réflexion sur la surface du bas se fait de façon symétrique, elle doit également être à mi-chemin horizontalement entre les deux ouvertures du haut (voir figure ci-contre). L'angle recherché à l'entrée de la première ouverture est le même que l'angle d'incidence sur le miroir. Ce rayon forme donc un triangle rectangle avec la hauteur parcourue et la mi-largeur du parcours. Par trigonométrie :

$$tan\,\theta = \frac{0{,}90\,m}{2{,}50\,m} \quad ➔ \quad \theta = tan^{-1}\left(\frac{0{,}90\,m}{2{,}50\,m}\right) = \mathbf{19{,}8°}$$

retour à la question ▲

4.18 Solution : Dans l'ordre retour à la question ▲

$n_3 < n_1 < n_4 < n_2$

La loi de Snell-Descartes nous indique que plus l'indice de réfraction d'un milieu est élevé, plus un rayon fera un angle faible avec la perpendiculaire à la surface. Ainsi, on peut mettre en relation les trois interfaces séparant les quatre milieux :

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 = n_4 \sin\theta_4$$

Puisque le sinus d'un angle augmente avec cet angle, les angles plus élevés correspondent aux indices plus faibles. En ordre croissant, les angles du rayon dans les différents milieux sont :

$$\theta_2 < \theta_4 < \theta_1 < \theta_3$$

L'ordre croissant des indices correspond à l'ordre inverse :

$$\boldsymbol{n_3 < n_1 < n_4 < n_2}$$

retour à la question ▲

4.19 Solution : Réfraction simple retour à la question ▲

θ_2 = 21,0°

Le rayon incident se déplace dans l'air où $n_1 = 1$ et entre dans le second milieu où $n_2 = 1{,}51$. Selon la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_2$$

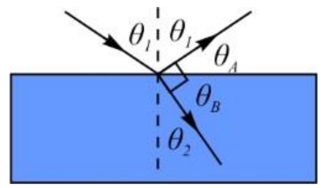
Pour trouver l'angle θ_2 que fait le rayon avec la perpendiculaire dans le second milieu :

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1\times\sin 32{,}7°}{1{,}51}\right) \quad = \quad \mathbf{21{,}0°}$$

retour à la question ▲

4.20 Solution : Angle droit retour à la question ▲

θ_2 = 53,1°



Commençons par définir les angles impliqués dans la réflexion et la réfraction (voir figure ci-contre).

Soit θ_A, l'angle dans l'air entre le rayon réfléchi et la surface de l'eau, et θ_B, l'angle entre le rayon réfracté dans l'eau et la surface. On veut que ces deux rayons soient perpendiculaires, donc que

$$\theta_A + \theta_B = 90° \qquad (1)$$

On peut facilement exprimer ces deux angles en fonction de θ_1 et θ_2 :

$$\theta_A = 90° - \theta_1 \qquad \text{et} \qquad \theta_B = 90° - \theta_2$$

L'équation (1) devient :

$$(90° - \theta_1) + (90° - \theta_2) = 90°$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 90°$$

Ces deux angles sont les deux qui apparaissent dans l'équation de Snell-Descartes qui traite la réfraction :

$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_2$$

Puisque « $\cos\theta = \sin(90° - \theta)$ », on peut écrire :

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin(90° - \theta_2) \quad = \quad n_2 \cos\theta_1$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad = \quad \tan^{-1}\left(\frac{1{,}333}{1}\right) \quad = \quad \mathbf{53{,}1°}$$

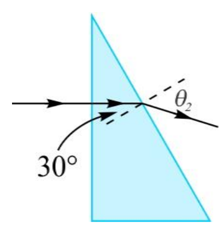
Allez sur la page suivante pour observer ce résultat : ostralo.net/3_animations/swf/descartes.swf. Vous pouvez choisir l'indice des milieux impliqués et afficher les angles des rayons produits.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

4.21 Solution : Prisme #1 retour à la question ▲

θ_2 = 45,6°



Puisque le rayon frappe le prisme à angle droit, il ne subira aucune déviation en entrant dans le verre. Il se dirige alors vers l'autre face, avec la perpendiculaire de laquelle il fait un angle $\theta_1 = 30{,}0°$ (voir figure ci-contre). Selon la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_2$$

Aussi, lors de cette réfraction, le rayon passe du verre à l'air. L'indice n_1 est donc celui du verre :

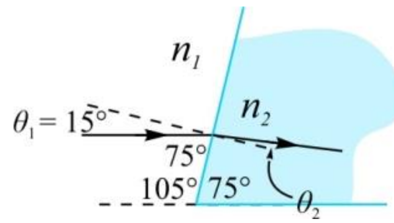
$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1{,}43\times\sin 30{,}0°}{1}\right) \quad = \quad \mathbf{45{,}6°}$$

retour à la question ▲

4.22 Solution : Prisme #2 retour à la question ▲

12,0° sous l'horizontale

Si le prisme est isocèle et que sa base est horizontale comme le rayon, on peut déduire l'angle d'incidence de 15,0° (voir figure ci-contre).

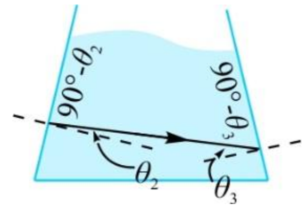


L'angle de réfraction à l'entrée du prisme est donné par la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}00 \times \sin 15{,}0°}{1{,}38}\right) = 10{,}8°$$

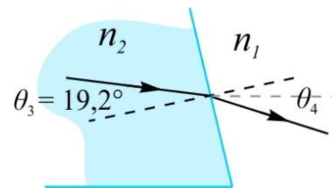
C'est l'angle du rayon, par rapport à la normale à la surface, à l'intérieur du prisme. On peut maintenant calculer l'angle que fait ce rayon avec la perpendiculaire de la seconde face. Plusieurs méthodes permettent de le faire. Le rayon qui traverse le prisme forme un triangle avec l'angle au sommet du prisme. Puisque la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°, on peut écrire, à partir du schéma de la figure ci-contre :



$$(90° - \theta_2) + (90° - \theta_3) + 30° = 180°$$

$$\theta_3 = 30{,}0° - \theta_2 = 30{,}0° - 10{,}8° = 19{,}2°$$

On peut alors traiter la seconde réfraction avec la loi de Snell-Descartes. En respectant les indices inversés pour cette seconde réfraction et en désignant par θ_4 l'angle de réfraction par rapport à la perpendiculaire :



$$n_2 \sin \theta_3 = n_1 \sin \theta_4$$

$$\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2 \sin \theta_3}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}38 \times \sin 19{,}2°}{1{,}00}\right) = 27{,}0°$$

Finalement, cet angle est donné par rapport à la normale de la seconde surface, celle-ci étant 15,0° au-dessus de l'horizontale. Puisqu'on cherche l'angle que fait le rayon émergeant avec l'horizontale, on doit soustraire ce 15,0° :

$$27{,}0° - 15{,}0° = 12{,}0°$$

retour à la question ▲

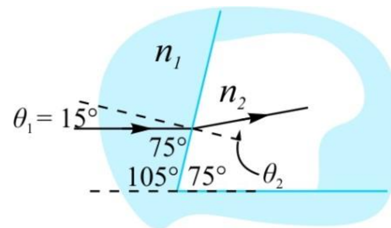
retour à la question ▲

4.23 Solution : Prisme #3 retour à la question ▲

7,65° au-dessus de l'horizontale

L'approche est la même qu'au numéro « Prisme #2 », mais l'indice du prisme est inférieur à l'indice de son environnement, ce qui a pour conséquence que le rayon va s'éloigner de la perpendiculaire en entrant dans le prisme plutôt que de s'en approcher.

Si le prisme est isocèle et que sa base est horizontale comme le rayon, on peut déduire l'angle d'incidence de 15,0° (voir figure ci-contre).



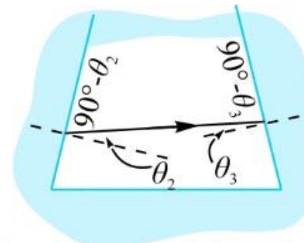
L'angle de réfraction à l'entrée du prisme est donné par la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_2$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1{,}333 \times \sin 15{,}0°}{1{,}00}\right) \quad = \quad 20{,}2°$$

C'est l'angle du rayon, par rapport à la normale à la surface, à l'intérieur du prisme.

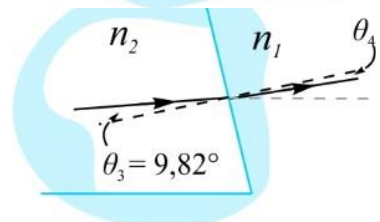
On peut maintenant calculer l'angle que fait ce rayon avec la perpendiculaire de la seconde face. Plusieurs méthodes permettent de le faire. Le rayon qui traverse le prisme forme un triangle avec l'angle au sommet du prisme. Puisque la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°, on peut écrire, à partir du schéma de la figure ci-contre :



$$(90° - \theta_2) + (90° - \theta_3) + 30° = 180°$$

$$\theta_3 = 30{,}0° - \theta_2 \quad = \quad 30{,}0° - 20{,}2° \quad = \quad 9{,}82°$$

On peut alors traiter la seconde réfraction avec la loi de Snell-Descartes. En respectant les indices inversés pour cette seconde réfraction (par rapport à la première) et en désignant par θ_4 l'angle de réfraction par rapport à la perpendiculaire :



$$n_2 \sin\theta_3 \quad = \quad n_1 \sin\theta_4$$

$$\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2 \sin\theta_3}{n_1}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1{,}00 \times \sin 9{,}82°}{1{,}333}\right) \quad = \quad 7{,}35°$$

Finalement, cet angle est donné par rapport à la normale de la seconde surface, celle-ci étant 15,0° au-dessus de l'horizontale. Puisqu'on cherche l'angle que fait le rayon émergeant avec l'horizontale, on doit soustraire l'angle θ_4 à ce 15,0° (voir figure ci-contre) :

$$15{,}0° - 7{,}35° = 7{,}65°$$

retour à la question ▲

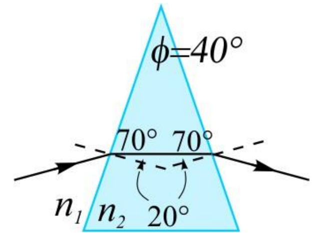
retour à la question ▲

4.24 Solution : Déviation minimale retour à la question ▲

δ = 24,0°

On nous indique que c'est lorsque le rayon traverse le prisme de façon symétrique que la déviation est minimale. Les deux réfractions produisent donc la même déviation. Aussi, le rayon forme un triangle isocèle avec l'angle au sommet, ce qui permet de calculer rapidement l'angle que fait le rayon avec chacune des deux faces intérieures du prisme :

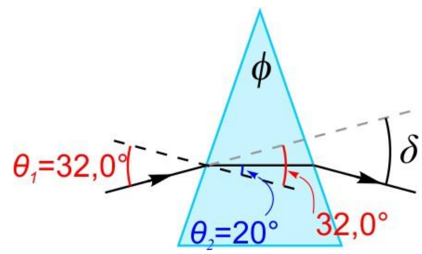
$$\frac{180°-40{,}0°}{2} = 70{,}0°$$



L'angle de réfraction de la première réfraction ainsi que l'angle d'incidence de la seconde réfraction sont donc tous deux de 20,0° (voir figure ci-contre). Les deux réfractions produisent un parcours symétrique pour le rayon, car le sens de parcours du rayon n'influence pas les angles de part et d'autre. On peut donc traiter en détail une seule des deux réfractions pour résoudre le problème. Si on traite l'entrée du rayon dans le prisme, selon la loi de Snell-Descartes :

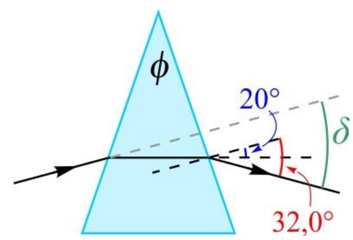
$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_2$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2 \sin\theta_2}{n_1}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1{,}55 \times \sin 20{,}0°}{1{,}00}\right) \quad = \quad 32{,}0°$$



On peut alors calculer la déviation entre un rayon incident et son rayon réfracté : le rayon incident est orienté à 32,0° de la perpendiculaire, alors que le rayon réfracté fait un angle de 20,0° avec cette même perpendiculaire (voir l'image ci-contre). La déviation qui en résulte est donc :

$$d\acute{e}v. = 32{,}0° - 20{,}0° = 12{,}0°$$



Ce qui se produit lors de la seconde réfraction est identique. Le rayon dévie une autre fois de 12,0° dans la même direction. L'image ci-contre détaille cette seconde déviation.

Finalement, la déviation totale est la somme des deux déviations successives :

$$\delta = 12{,}0° + 12{,}0° = \mathbf{24{,}0°}$$

retour à la question ▲

4.6 LA RÉFLEXION TOTALE INTERNE

4.25 Solution : Indices en ordre retour à la question ▲

a) #2

Deux des trois scénarios présentent un même angle d'incidence (#1 et #3), alors que deux scénarios présentent un même angle de réfraction (#2 et #3). On peut donc qualitativement placer les trois scénarios en ordre d'indice de réfraction. Entre les scénarios #1 et #3 qui présentent le même angle d'incidence, celui pour lequel le rayon réfracté subit la déviation la plus forte (se rapproche le plus de la perpendiculaire) implique le verre dont l'indice de réfraction est le plus fort. On peut donc dire que $n_3 > n_1$.

Ensuite, puisque les scénarios #2 et #3 présentent le même angle de réfraction, celui pour lequel l'angle d'incidence était le plus grand (la plus grande déviation) présente l'indice de plus élevé. On peut donc dire que $n_2 > n_3$.

Ainsi on sait que $n_2 > n_3 > n_1$.

b) #1

retour à la question ▲

retour à la question ▲

4.26 Solution : Eau critique retour à la question ▲

θ_c = 64,2°

Pour parle de réflexion totale interne, un rayon doit tenter de passer vers un milieu d'indice de réfraction plus faible. En l'occurrence, le rayon voyage dans le verre et rencontre l'interface entre le verre et l'eau. Pour un rayon qui voyage dans le verre (n_1 = 1,48) et frappant l'eau (n_2 = 1,333), la loi de Snell-Descartes permet d'obtenir l'expression de l'angle critique (lorsque θ_2 = 90,0°) :

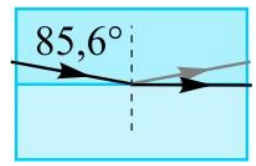
$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin\theta_2$$

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2 \sin\theta_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}333 \times \sin 90{,}0°}{1{,}48}\right) = \mathbf{64{,}2°}$$

retour à la question ▲

4.27 Solution : Halocline retour à la question ▲

n = 1,332



Selon l'énoncé, l'eau au-dessus de l'halocline est celle dans laquelle se produit la réflexion totale interne. L'eau sous l'halocline a donc un indice plus faible. L'angle de 85,6° est à la fois l'angle d'incidence et l'angle critique. Pour appliquer la loi de Snell-Descartes, posons que le milieu d'incidence (au-dessus) est le milieu 1 et que le milieu est dessous est le milieu 2. On cherche donc à évaluer n_2 dans la mesure où l'angle de réfraction θ_2 est 90° :

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin\theta_2$$

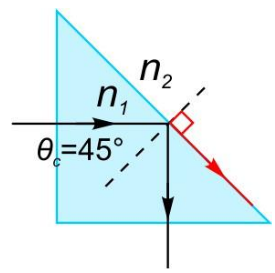
$$n_2 = \frac{n_1 \sin\theta_c}{\sin\theta_2} = \frac{1{,}333 \times \sin 85{,}6°}{\sin 90°} = \mathbf{1{,}332°}$$

retour à la question ▲

4.28 Solution : Prisme rectangle retour à la question ▲

n = 1,41

Comme la figure le suggère, le rayon qui entre dans le prisme à angle droit ne subit aucune déviation et va ensuite frapper la face inclinée. Si le prisme est isocèle, que sa base est horizontale et que le rayon est également horizontal, l'angle d'incidence sur cette deuxième face est donc de 45°.



Si on cherche l'indice de réfraction minimal assurant la réflexion totale interne, c'est donc que ce 45° est l'angle minimal auquel se produit la réflexion totale interne, donc que c'est précisément l'angle critique (d'où θ_c = 45°). À cet angle critique, le rayon réfracté serait *perpendiculaire à la perpendiculaire* de la surface, donc parallèle à la surface (voir le rayon rouge sur la figure ci-contre). Le rayon sera donc essentiellement réfléchi dans le verre comme s'il avait frappé un miroir, d'où la réflexion symétrique (rayon noir vers le bas sur la figure).

En posant que le verre du prisme est le milieu 1 et l'air le milieu 2, l'équation de Snell-Descartes s'écrit :

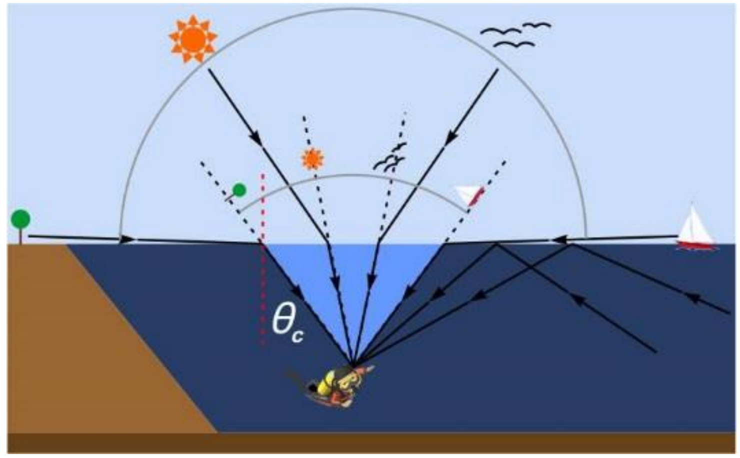
$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin\theta_2$$

$$n_1 = \frac{n_2 \sin\theta_2}{\sin\theta_c} = \frac{1 \times \sin 90{,}0°}{\sin 45°} = \mathbf{1{,}41°}$$

retour à la question ▲

4.29 Solution : La fenêtre de Snell retour à la question ▲

θ = 48,6°



Le phénomène de la fenêtre de Snell est le phénomène par lequel toute la lumière provenant de l'extérieur de l'eau entre dans l'eau avec un angle ne dépassant jamais un certain angle critique avec la perpendiculaire.

L'angle critique de la réflexion totale interne entre l'eau et l'air délimite l'angle d'ouverture du cône qui contient toute la lumière provenant d'au-dessus de la surface de l'eau. En regardant dans cette orientation (θ_c), le plongeur aperçoit précisément ce qui se trouve à l'horizon au-dessus de l'eau. À tout angle plus bas, le plongeur n'aperçoit que le reflet du fond de l'eau (sombre s'il s'agit d'un plan d'eau profond).

Selon la loi de Snell-Descartes, où l'angle dans le second milieu est l'angle critique pour un rayon incident à θ_1 = 90° :

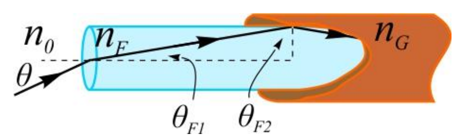
$$n_1 \sin\theta_1 \quad = \quad n_2 \sin\theta_c$$

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1\times \sin 90{,}0°}{1{,}333}\right) \quad = \quad \mathbf{48,6°}$$

retour à la question ▲

4.30 Solution : Fibre optique retour à la question ▲

n_G = 1,458



Par la loi de Snell-Descartes, on peut calculer l'angle de réfraction du rayon lumineux à l'entrée dans la fibre optique :

$$n_0 \sin\theta \quad = \quad n_F \sin\theta_{F1}$$

$$\theta_{F1} = \sin^{-1}\left(\frac{n_0 \sin\theta}{n_F}\right) \quad = \quad \sin^{-1}\left(\frac{1\times \sin 8{,}80°}{1{,}466}\right) \quad = \quad \mathbf{5,99°}$$

Cet angle θ_{F1} permet de déterminer l'angle θ_{F2} de réfraction de la rencontre du rayon avec la gaine (G). Les angles θ_{F1} et θ_{F2} sont deux angles d'un triangle rectangle, donc :

$$\theta_{F2} = 180° - 90° - \theta_{F1} \quad = \quad 180° - 90° - 5{,}99° \quad = \quad 84{,}01°$$

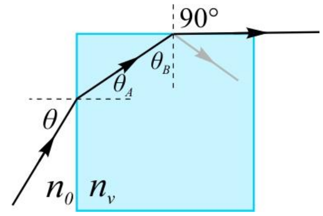
S'il y a réflexion totale interne du rayon contre la gaine, on applique la loi de Snell-Descartes avec un angle de réfraction de 90° :

$$n_F \sin\theta_{F2} = n_G \sin 90° \quad \Rightarrow \quad n_G = \frac{n_F \sin\theta_{F2}}{\sin 90°} \quad = \quad \frac{1{,}466\times \sin 84{,}01°}{\sin 90°} \quad = \quad \mathbf{1,458}$$

retour à la question ▲

4.31 Solution : Coin de cube retour à la question ▲

$\theta \geq 59{,}5°$



Il faut traiter le problème en remontant le parcours du rayon à partir de sa sortie sur la face supérieure du prisme. L'angle d'émergence du rayon, à l'une des conditions limite qu'on veut évaluer, émerge à un angle d'au plus 90° de la perpendiculaire de la face du haut (voir le cas limite sur la figure ci-contre). La loi de Snell-Descartes, pour la réfraction à cette deuxième face, peut s'écrire :

$$n_v \sin \theta_B = n_0 \sin 90°$$

$$\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{n_0 \sin 90°}{n_v}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1 \times \sin 90°}{1{,}32}\right) = 49{,}3°$$

Toutes les valeurs inférieures ou égales à 49,3° pour θ_B entraînent l'émergence du rayon lumineux. Aussi, cet angle θ_B permet de déterminer l'angle θ_A de réfraction de l'entrée du rayon dans le prisme. Les angles θ_A et θ_B sont deux angles d'un triangle rectangle, donc :

$$\theta_A = 180° - 90° - \theta_B = 180° - 90° - 49{,}3° = 40{,}7°$$

En réalité, si $\theta_B \leq 49{,}3°$ alors $\theta_A \geq 40{,}7°$. Et si cet angle est l'angle de réfraction de la première face, la loi de Snell-Descartes donne :

$$n_0 \sin \theta = n_v \sin \theta_A \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{n_v \sin \theta_A}{n_0}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}32 \times \sin 40{,}7°}{1}\right) = \mathbf{59{,}5°}$$

Finalement, puisque $\theta_A \geq 40{,}7°$, alors l'angle θ recherché peut aussi être supérieur à 59,5°; donc : $\theta \geq 59{,}5°$.

retour à la question ▲

4.7 LA DISPERSION

4.32 Solution : Dans quel ordre retour à la question ▲

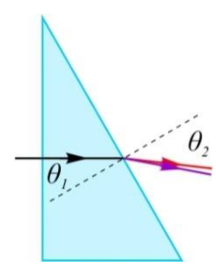
La lumière de l'extrémité rouge est moins déviée que celle de l'extrémité violette.

La lumière liée à une énergie plus élevée, donc une fréquence plus élevée, donc le violet (longueur d'onde plus faible que le rouge, à l'extrémité de 400 nm du domaine visible), subit une déviation plus importante que l'extrémité rouge (à 700 nm), et ce peu importe le sens de la réfraction (vers un milieu d'indice plus élevé ou plus faible). Ainsi, la lumière à l'extrémité rouge du spectre visible est moins déviée que la lumière de l'extrémité violette.

retour à la question ▲

4.33 Solution : Dispersion visible retour à la question ▲

$\Delta\theta = 0{,}371°$



Puisque le rayon frappe le prisme perpendiculairement, il entre dans le prisme sans dévier et le traverse horizontalement jusqu'à la seconde face, qu'il frappe à un angle d'incidence de 30,0° (voir figure ci-contre). Par la loi de Snell-Descartes, on peut trouver l'angle de réfraction θ_2 pour le rouge et pour le violet, tour à tour :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_{2-Rouge} = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}435 \times \sin 30°}{1}\right) = 45{,}85°$$

$$\theta_{2-Violet} = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}444 \times \sin 30°}{1}\right) = 46{,}22°$$

L'angle entre ces deux rayons émergeants est donc :

$$\Delta\theta = \theta_{2-Violet} - \theta_{2-Rouge} = 46{,}22° - 45{,}85° = \mathbf{0{,}3714°}$$

retour à la question ▲