CH 3 LES ONDES SONORES

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}$

$T_K = T_C + 273$

$\Delta r = r_2 - r_1$

$\Delta r = m\lambda$

$\frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi}{2\pi}$

$v \approx 20{,}05\sqrt{T_K}$

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$I_0 = 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$

$f_{bat} = |f_1 - f_2|$

$f_{(2n-1)} = (2n-1)\frac{v}{4L}$

$f_n = \frac{nv}{2L}$

$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f$

$\sin\theta = \frac{v_{son}}{v_{source}}$

$s = A\sin(kx - \omega t + \phi)$

Considérez pour les problèmes que la vitesse du son dans l'air est de 340 m/s, à moins d'une mention ou de conditions impliquant une autre valeur.

3.1 LA DESCRIPTION DES ONDES SONORES

3.1 Exercice : L'oreille	solution ▶

Certaines espèces de chauves-souris pourraient émettre des sons à des fréquences pouvant atteindre 100 kHz. À quelle longueur d'onde de telles fréquences correspondent?

3.2 Exercice : Longueurs d'onde audibles	solution ▶

Quel est le domaine des longueurs d'onde audibles par l'oreille humaine?

3.3 Exercice : Chaud et froid	solution ▶

Sur Terre, les températures observées peuvent aller de −70°C à +55°C. Quelle est le rapport v_{max}/v_{min} des vitesses maximale et minimale observable sur Terre?

3.4 Exercice : Équation du son	solution ▶

Au passage d'une onde sonore, les molécules de l'air vibrent selon l'équation suivante :

$$s = 23\ \mu m \cdot \sin\left((31{,}3\ \mathrm{m}^{-1})x - \left(10{,}7 \times 10^3\ \tfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)t\right)$$

a) Quelle est la fréquence de cette onde sonore?
b) À quelle vitesse se propage-t-elle?
c) Quelle est la température en vigueur (en °C)?
d) Quel est le rapport λ/A pour cette onde?

3.5 Exercice : Baseball	solution ▶

À un match de baseball, un spectateur se trouve dans les gradins derrière le champ centre. S'il fait 28,0°C durant le match, et qu'il entend le contact de la balle 0,350 s après qu'il l'ait vue être frappée, à quelle distance du marbre se trouve-t-il?

3.2 L'INTENSITÉ SONORE

3.6 Question : Décroissance	solution ▶

En négligeant l'amortissement ou la perte d'énergie, précisez de quelle manière évolue l'intensité de l'onde émise par une source en fonction de la distance parcourue r dans les cas suivants. S'agit-il d'une diminution selon $1/r$, $1/r^2$, $1/r^3$, ou n'y a-t-il aucune diminution? (Négligez l'atténuation par perte d'énergie mécanique.)

a) Les vagues à la surface de l'eau;
b) La lumière émise par une chandelle dans toutes les directions;
c) Une impulsion sur une corde;
d) Le son produit par une explosion

3.7 Question : Silence!	solution ▶

Le niveau sonore d'un son peut-il être inférieur à 0 dB? Justifiez votre réponse.

3.8 Exercice : Foule en délire	solution ▶

Au centre d'un stade de soccer extérieur, le son produit par une foule peu nombreuse et clairsemée est mesuré avec un décibelmètre. Celui-ci indique 57,4 dB. Qu'indiquerait le décibelmètre si la foule était 4 fois plus nombreuse, chaque individu produisant en moyenne la même intensité?

3.9 Exercice : Musique!	solution ▶

Lors d'un spectacle, le niveau sonore produit par les haut-parleurs à une distance de 4,00 m est de 120 dB. À quelle distance devriez-vous vous placer du haut-parleur pour réduire à 90 dB le niveau sonore perçu par vos oreilles?

3.10 Exercice : Bruits domestiques	solution ▶

À partir d'un point dans votre maison, le bruit de la hotte de la cuisinière est perçu à 73 dB. Lorsque l'aspirateur fonctionne, sont bruit est perçu à 82 dB. Quel niveau sonore percevez-vous lorsque les deux fonctionnent simultanément?

3.11 Exercice : Deux fois plus fort	solution ▶

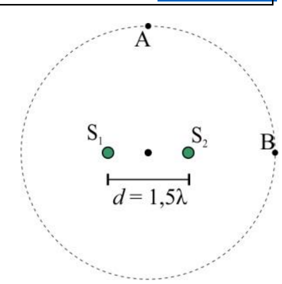
En négligeant l'amortissement de l'énergie sonore, calculez comment doivent varier les paramètres suivants pour faire doubler le niveau sonore perçu par un observateur :

a) La distance de la source;
b) La puissance de la source.

3.3 L'INTERFÉRENCE DES ONDES SONORES

3.12 Question : Interférence circulaire	solution ▶

Deux sources d'ondes S_1 et S_2 identiques émettent en phase autour d'elles et sont distantes d'une distance d = 1,5λ. Des points A et B se trouvent sur un même cercle centré sur le système et de rayon inconnu.

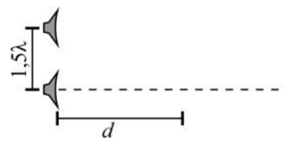


a) Quelle est la différence de marche au point A et quel type d'interférence y observe-t-on?
b) Quelle est la différence de marche au point B et quel type d'interférence y observe-t-on?
c) Combien de maximums et de minimums d'interférence observe-t-on sur l'ensemble de la circonférence du cercle?

3.1 - λ = 3,40 mm — **3.2** - 0,017 0 m ≤ λ ≤ 17,0 m — **3.3** - v_{max}/v_{min} = 1,27 — **3.4** - a) f =1703 Hz — b) v = 342 m/s — c) T = 17,6 °C — d) λ/A = 8728
3.5 - d = 122 m — **3.6** - a) $1/r$ — b) $1/r^2$ — c) Aucune diminution — d) $1/r^2$ — **3.7** - $I_{\beta=0} = 10^{-12}$ W/m² — **3.8** - β = 63,4 dB — **3.9** - r = 126 m —
3.10 - β = 82,5 dB — **3.11** - a) $r' = r \div 10^{(\beta/20)}$ — b) $P' = P \times 10^{(\beta/10)}$ — **3.12** - a) Δr = 0, int. const. — b) Δr = 1,5λ, int. dest. — c) 6, 6

3.13 Exercice : Interférence à l'infini solution ▶

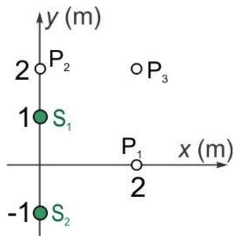
Deux haut-parleurs émettent en phase à la même fréquence de 686 Hz dans la même direction, et sont distants de 1,5λ. À partir du haut-parleur du bas, à quelles distances devant lui, entre 0 et l'infini, trouve-t-on :



a) Un maximum d'interférence?
b) Un minimum d'interférence?

3.14 Exercice : Interférence de deux sources solution ▶

Deux sources d'ondes sonores en phase se trouvent de part et d'autre de l'origine dans un espace à deux dimensions (les points verts sur la figure ci-contre). La fréquence des sons produits est de 500 Hz. Déterminez la différence de marche, la différence de phase et le type d'interférence observé à chacun des points :



a) en P_1;
b) en P_2;
c) en P_3.

3.15 Exercice : Deux haut-parleurs solution ▶

Deux haut-parleurs se trouvent respectivement à 3,00 m et 3,25 m d'un point P et produisent tous deux un son à une fréquence de 150 Hz, en phase, avec une amplitude de 80,0 μm dans le déplacement des molécules de l'air. Le son se propageant à 339 m/s, calculez :

a) le déphasage observé entre les ondes atteignant le point P.
b) L'amplitude de l'onde résultante au point P.

3.16 Exercice : Haut-parleurs face à face solution ▶

Deux haut-parleurs face-à-face à 2,50 m un de l'autre produisent en phase un même son à une fréquence de 350 Hz et avec la même amplitude A. Le long de la ligne droite entre eux, déterminez :

a) Les positions où il y a interférence constructive;
b) Les positions où il y a interférence destructive.

3.17 Exercice : Écho solution ▶

Un haut-parleur produisant un son continu dont la longueur d'onde dans l'air est de 91,3 cm se trouve à 7,50 m d'un mur. Le son réfléchi sur le mur revient vers le haut-parleur et produit de l'interférence avec le son se dirigeant vers le mur. Pour un point exactement à mi-chemin entre le haut-parleur et le mur, déterminez :

a) Le déphasage;
b) Le type d'interférence;
c) L'amplitude, en fonction de l'amplitude de l'onde émise.

3.18 Exercice : Battements solution ▶

Deux haut-parleurs produisent des sons dont les longueurs d'onde dans l'air sont de 1,79 m et 1,74 m. Quelle est la fréquence des battements?

3.19 Exercice : Piano solution ▶

Un accordeur de piano se sert des battements pour ajuster la tension des cordes. Pour ajuster une note dont la bonne fréquence est de 392 Hz, l'accordeur utilise un diapason (youtube : qu'est-ce qu'un diapason) ayant la même fréquence. En augmentant légèrement la tension de la corde désajustée, la fréquence des battements passe de 2 Hz à 4 Hz. Quelle est la fréquence de vibration de la corde après cette variation?

3.4 LES ONDES SONORES STATIONNAIRES

3.20 Exercice : Tube résonant solution ▶

Un tube ouvert aux deux extrémités a une longueur de 1,25 m. Quelles sont les fréquences de ses trois premiers modes d'oscillation?

3.21 Exercice : Didgeridoo solution ▶

Un didgeridoo est un instrument très ancien utilisé par les aborigènes d'Australie, consistant en un tuyau ouvert aux deux extrémités. Un instrument de ce type produit une fréquence fondamentale de 101 Hz. Quelle est la longueur de ce didgeridoo?

3.22 Exercice : Douille solution ▶

On peut souffler dans une douille de crayon pour obtenir un sifflet. Si le mode fondamental de vibration de l'air dans cette douille produit un son à 4 150 Hz et que la douille est bouchée à l'une des extrémités, déterminez sa longueur.

3.23 Exercice : Ondes stationnaires en ligne

Essayez ces exercices en ligne pour vérifier si vous maîtrisez les ondes stationnaires dans les tuyaux.

3.24 Exercice : Trombone solution ▶

Un trombone à coulisse consiste en un tuyau de longueur variable dans lequel la colonne d'air est mise en vibration (les deux extrémités étant ouvertes). Le déplacement de la coulisse fait varier la longueur de la colonne d'air de 2,15 m à 2,95 m. À quelle gamme de fréquences le musicien a-t-il accès s'il peut faire vibrer la colonne d'air dans ses huit premiers modes dans toutes les positions de la coulisse?

3.25 Question : Corde et tuyau solution ▶

Une corde de 2,45 m et tendue à 47,4 N produit la même note dans son 4^{e} mode de vibration qu'un tuyau ouvert-fermé de 92,5 cm dans son 3^{e} mode. Quelle est la masse linéique de la corde?

3.26 Exercices : Bouteilles solution ▶

Plusieurs bouteilles d'eau sont remplies avec des quantités d'eau différentes et donnent des tonalités distinctes lorsqu'elles sont frappées avec un ustensile. Une bouteille remplie à la moitié de sa hauteur produit un son dont la fréquence fondamentale est de 661 Hz. Quelle est la fréquence fondamentale du son produit par une bouteille identique remplie au quart de sa hauteur?

3.27 Exercice : Même fréquence solution ▶

On produit des ondes sur une corde de 78,5 cm de longueur et d'une masse linéique de 2,33 g/m, tendue à 550 N. Parallèlement, on produit des oscillations sonores dans un tuyau de 1,03 m ouvert à une extrémité. Quelle est la plus petite fréquence produisant de la résonance à la fois dans la corde et dans le tuyau?

3.5 L'EFFET DOPPLER

3.28 Exercice : Doubler solution ▶

À quelle vitesse une source doit-elle se déplacer pour que la fréquence perçue par un observateur immobile soit précisément deux fois plus grande?

3.13- a) $d = \infty$ et $d = 0{,}625\lambda$ — b) $d = 2\lambda$ et $d = 0\lambda$ — **3.14**- a) $\Delta r_1 = 0$, $\Delta\Phi_1 = 0$, int. const. — b) $\Delta r_2 = 2$ m, $\Delta\Phi_2 = 18{,}5$ rad, Int. inter.
c) $\Delta r_3 = 1{,}37$ m, $\Delta\Phi_3 = 12{,}7$ rad, Int. const. — **3.15**- a) $\Delta\Phi = 0{,}695$ rad — b) $A = 150$ μm — **3.16**- a) $d = 0{,}279$ m, 0,764 m, 1,25 m, 1,74 m, 2,22 m
b) $d = 0{,}0357$ m, 0,521 m, 1,01 m, 1,49 m, 1,98 m, 2,46 m — **3.17**- a) $\Delta\Phi = 51{,}6$ rad — b) Int. inter. — c) $A_{rés} = 1{,}56A$ — **3.18**- $f_{bat} = 5{,}46$ Hz
3.19- $f = 396$ Hz — **3.20**- $f_1 = 136$ Hz, $f_2 = 272$ Hz, $f_3 = 408$ Hz — **3.21**- $L = 1{,}68$ m — **3.22**- $L = 2{,}05$ cm — 3.23 — **3.24**- 57,6 Hz $< f <$ 633 Hz
3.25- $\mu = 1{,}51 \times 10^{-4}$ kg/m — **3.26**- $f_1 = 441$ Hz — **3.27**- $f_{min} = 1\,238$ Hz — **3.28**- $v_S = 170$ m/s

3.29 Exercice : Va-et-vient solution ▶

Une source produit un son à une fréquence de 500 Hz. La somme des modules des deux vitesses de cette source et d'un observateur est de 30 m/s. Déterminez la fréquence perçue par l'observateur si :

a) Seul l'observateur se déplace vers la source;
b) Seule la source se déplace vers l'observateur;
c) Seul l'observateur se déplace en fuyant la source;
d) Les deux se déplacent l'un vers l'autre à des vitesses de même module;
e) Les deux se déplacent dans la même direction à la même vitesse, l'observateur étant devant;
f) Les deux se déplacement dans la même direction à la même vitesse, la source étant devant.

3.30 Exercice : Course de moto solution ▶

Maxime tente de déterminer le module de la vitesse d'une moto qu'il voit passer sur l'autoroute depuis son balcon. Maxime observe que la fréquence du son de la moto change, de 1091 Hz à 730 Hz.

a) Quelle est la vitesse de la moto, en km/h?
b) Quelle est la fréquence du son produit par la moto?

3.31 Exercice : Le mur solution ▶

Un véhicule muni d'une sirène se déplace à 25 m/s vers un mur, en produisant un son à une fréquence de 425 Hz. À quelle fréquence le conducteur de ce véhicule percevra-t-il lui-même le son réfléchi par le mur et qui revient vers lui?

3.32 Exercice : Dérivée solution ▶

En dérivant l'équation de l'effet Doppler, démontrez qu'une augmentation de la vitesse de rapprochement de la source entraîne une augmentation de la fréquence perçue par un observateur immobile.

(Indice : l'identité $\frac{\mathrm{d}}{dx}u^n = nu^{n-1}\cdot\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{d}x}$ est utile.)

3.6 VITESSE SUPERSONIQUE ET ONDE DE CHOC

3.33 Exercice : Balle de fusil solution ▶

Une balle de fusil produit une onde de choc qui forme un angle de 35,0° par rapport à la direction de la balle. Quel est le module de la vitesse du projectile?

3.34 Exercice : Avion supersonique solution ▶

Un avion à réaction vole à une altitude de 3,50 km à la vitesse de 585 m/s. Si le son se propage à 335 m/s :

a) Déterminez l'angle du cône de Mach.
b) Quelle distance l'avion a-t-il franchie lorsque l'onde de choc atteint le sol sous le point d'émission?
c) Combien de temps s'écoule entre le moment où vous voyez passer l'avion au-dessus de votre tête et le moment où vous l'entendez?

3.29- a) f' = 544 Hz — b) f' = 548 Hz — c) f' = 456 Hz — d) f' = 546 Hz — e) f' = 500 Hz — e) f' = 500 Hz — **3.30**- a) v = 243 km/h — b) f = 875 Hz
3.31- f' = 492 Hz — **3.32**- $df'/dv_s = vf/(v\text{-}v_s)^2$ — **3.33**- v = 593 m/s — **3.34**- a) θ = 34,9° — b) d = 5011 m — c) Δt = 8,57 s

---

CH 3 LE SON

3.1 LA DESCRIPTION DES ONDES SONORES

3.1 Solution : L'oreille retour à la question ▲

λ = 3,40 mm

La longueur d'onde est liée à la fréquence par la vitesse du son :

$$v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{100\,000\ \mathrm{Hz}} = 0{,}003\,40\ \mathrm{m} = \mathbf{3{,}40\ mm}$$

retour à la question ▲

3.2 Solution : Longueurs d'onde audibles retour à la question ▲

0,017 0 m ≤ λ ≤ 17,0 m

Le domaine de fréquences audibles par l'oreille humaine est 20 Hz à 20 000 Hz. Les longueurs d'onde correspondant à ces fréquences sont :

$$v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda_{20} = \frac{v}{f} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{20\ \mathrm{s}^{-1}} = \mathbf{17{,}0\ m}$$

$$\lambda_{20\,000} = \frac{v}{f} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{20\,000\ \mathrm{s}^{-1}} = \mathbf{0{,}017\,0\ m} = 1{,}70\ \mathrm{cm}$$

Le domaine de longueurs d'onde audibles est donc : 0,017 0 m ≤ λ ≤ 17,0 m
retour à la question ▲

3.3 Solution : Chaud et froid retour à la question ▲

v_{max}/v_{min} = 1,27

En fonction de la température de l'air, la vitesse du son est donnée par :

$$v = 20{,}05\sqrt{T_K}$$

Pour la température minimale :

$$v_{min} = 20{,}05\sqrt{273 + (-70)} \quad = \quad 286\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pour la température maximale :

$$v_{max} = 20{,}05\sqrt{273 + 55} \quad = \quad 363\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Le rapport des deux vitesses est : $\dfrac{v_{max}}{v_{min}} = \dfrac{363\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{286\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad = \quad 1{,}27$

retour à la question ▲

3.4 Solution : Équation du son retour à la question ▲

L'équation donnée est celle d'une onde progressive, dans laquelle on peut reconnaître les paramètres de l'onde :

$$\Delta p = A\sin(kx \mp \omega t + \phi) \quad = \quad 23\ \mu\text{m}\sin\left((31{,}3\ \text{m}^{-1})x - \left(10{,}7\times 10^3\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right)t\right)$$

a) f = 1703 Hz

La fréquence f est liée à la fréquence angulaire ω = 10,7×10³ rad/s :

$$\omega = 2\pi f \quad \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \quad = \quad \frac{10{,}7\times 10^3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} \quad = \quad \mathbf{1\ 703\ Hz}$$

b) v = 342m/s

À l'aide du nombre d'onde k = 31,3 m⁻¹ et de la fréquence angulaire trouvée, on peut calculer la vitesse de propagation de l'onde.

$$v = \lambda f \quad = \quad \frac{2\pi}{k}\cdot\frac{\omega}{2\pi} \quad = \quad \frac{\omega}{k} \quad = \quad \frac{10{,}7\times 10^3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{31{,}3\ \frac{\text{rad}}{m}} \quad = \quad \mathbf{342\ \tfrac{m}{s}}$$

c) T = 17,7 °C

À partir de la vitesse trouvée, on peut faire le lien vers la température :

$$v = 20{,}05\sqrt{T_K} \quad \rightarrow \quad T_K = \left(\frac{v}{20{,}05}\right)^2 \quad = \quad \left(\frac{342\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20{,}05}\right)^2 \quad = \quad 291\ \text{K} \quad = \quad \mathbf{17{,}7\ °C}$$

d) λ/A = 8728

L'amplitude du mouvement est donnée dans l'équation : A = 23 µm, alors que la longueur d'onde s'obtient à partir du nombre d'onde k :

$$\frac{\lambda}{A} = \frac{(2\pi/_k)}{A} \quad = \quad \frac{2\pi}{kA} \quad = \quad \frac{2\pi\ \text{rad}}{31{,}3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\times(23\times 10^{-6}\ \text{m})} \quad = \quad \mathbf{8\ 728}$$

retour à la question ▲

3.5 Solution : Baseball retour à la question ▲

d = 122 m

La vitesse de la lumière est assez grande pour qu'on néglige de délai de parcours de la lumière, et c'est comme si le spectateur voyait la balle être frappée instantanément. Le son se déplace à vitesse v constante du marbre jusqu'à la position de l'observateur. Par cinématique :

$$v = \frac{d}{t} \quad \rightarrow \quad d = vt$$

La vitesse est liée à a température par $v = 20{,}05\sqrt{T_K}$, donc :

$$d = \left(20{,}05\sqrt{T_K}\right)\cdot t \quad = \quad 20{,}05\cdot\sqrt{273 + 28{,}0}\times 0{,}350\ \text{s} \quad = \quad 122\ \text{m}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.2 L'INTENSITÉ SONORE

3.6 Solution : Décroissance retour à la question ▲

On doit calculer la densité d'énergie dans l'espace dans lequel cette énergie se répartit après émission par la source, en fonction de la distance d'éloignement depuis la source.

a) Varie selon 1/*r*.

Les vagues à la surface de l'eau diffusent l'énergie sur des cercles croissants. L'énergie produite à un instant est répartie sur un de ces cercles. La densité d'énergie le long d'un tel cercle, pour une quantité d'énergie *E* produite durant un intervalle donné, est lié à la circonférence de ce cercle :

$$\frac{E}{2\pi r} = \frac{E}{2\pi}\cdot\frac{1}{r}$$

On constante que la densité d'énergie varie en 1/*r* (est proportionnelle à l'inverse du rayon d'éloignement).

b) Varie selon 1/*r*².

L'énergie est émise dans tout l'espace autour de la chandelle, et se répartit sur une sphère. On doit donc utiliser l'aire de cette sphère :

$$\frac{E}{4\pi r^2} = \frac{E}{4\pi}\cdot\frac{1}{r^2}$$

On constante que la densité d'énergie varie en 1/*r*² (est proportionnelle à l'inverse du carré du rayon d'éloignement).

c) Aucune diminution de l'énergie.

L'énergie contenue dans une impulsion se déplace avec elle mais ne se répartit pas, car l'impulsion est de dimension constante; c'est-à-dire que l'impulsion n'est pas de plus en plus étendue le long de la corde, donc l'énergie n'est pas étalée dans une portion de plus en plus grande de la corde. Il n'y a donc pas de diminution d'énergie à mesure que l'impulsion s'éloigne de la source.

d) Varie selon 1/*r*².

Le son produit par une explosion est émis dans toutes les directions autour d'elle. Comme pour la chandelle, l'énergie se distribue sur une sphère autour de la source. Avec l'aire de la sphère :

$$\frac{E}{4\pi r^2} = \frac{E}{4\pi}\cdot\frac{1}{r^2}$$

On constante que la densité d'énergie varie en 1/*r*² (est proportionnelle à l'inverse du carré du rayon d'éloignement).

retour à la question ▲

3.7 Solution : Silence! retour à la question ▲

Voyons avec l'équation du niveau sonore en décibels à quelle intensité correspondrait 0 dB :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I = 10^{\beta/10}\cdot I_0 = 10^{0/10}\cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Cette quantité, quoi que très petite, est positive. Un niveau sonore de 0 dB correspond à une intensité qui peut encore diminuer. Il est donc possible d'avoir un niveau sonore en décibels inférieur à 0.

retour à la question ▲

3.8 Solution : Foule en délire retour à la question ▲

β = 63,4 dB

Une foule quatre fois plus nombreuse produit quatre fois plus d'énergie par unité de temps. Au centre du stade, le capteur (ou l'oreille) recevra également une intensité quatre fois plus grande. À partir du niveau initial reçu (β_A), on peut déterminer l'intensité initiale correspondante (I_A), et la quadrupler ensuite pour déterminer le nouveau niveau sonore. Initialement :

$$\beta_A = 10\log\left(\frac{I_A}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I_A = 10^{\left(\frac{\beta_A}{10}\right)}\cdot I_0 = 10^{\left(\frac{57,4}{10}\right)}\times 10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 5,50\times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

On quadruple cette intensité ($I_B = 4I_A$) pour calculer ensuite le niveau sonore correspondant :

$$\beta_B = 10\log\left(\frac{I_B}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{4I_A}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{4\times\left(5,50\times10^{-7}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right)}{10^{-12}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}\right) = \mathbf{63,4\ dB}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.9 Solution : Musique! retour à la question ▲

r = 126 m

Calculons d'abord l'intensité reçue là où le niveau sonore est de 120 dB :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I_{120} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} \cdot I_0 \quad = \quad 10^{\left(\frac{120}{10}\right)} \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad = \quad 1{,}00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

On peut calculer la puissance produite à la source pour recevoir cette intensité à une distance de 4,00 m :

$$I_{120} = \frac{P}{4\pi r_{120}^2} \quad \rightarrow \quad P = 4\pi r_{120}^2 I_{120} \quad = \quad 4\pi \times (4{,}00\ \mathrm{m})^2 \times 1{,}00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad = \quad 201\ \mathrm{W}$$

La puissance du haut-parleur est de 201 W. On veut s'éloigner suffisamment pour ne percevoir que 90 dB. Calculons l'intensité correspondante à 90 dB :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I_{90} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} \cdot I_0 \quad = \quad 10^{\left(\frac{90}{10}\right)} \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad = \quad 0{,}001\,00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

La distance à une source de 201 W pour ne recevoir que 0,001 00 W/m² est :

$$I = \frac{P}{4\pi r_{90}^2} \quad \rightarrow \quad r_{90} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} \quad = \quad \sqrt{\frac{201\ \mathrm{W}}{4\pi \times 0{,}001\,00\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}} \quad = \quad \mathbf{126\ m}$$

retour à la question ▲

3.10 Solution : Bruits domestiques retour à la question ▲

β = 82,5 dB

On doit calculer l'intensité totale (par addition) provenant des deux sources, prises individuellement. À partir du niveau sonore de chacune :

$$\beta_c = 10\log\left(\frac{I_c}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I_c = 10^{\left(\frac{\beta_c}{10}\right)} \cdot I_0 \quad = \quad 10^{\left(\frac{73}{10}\right)} \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad = \quad 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\beta_a = 10\log\left(\frac{I_a}{I_0}\right) \quad \rightarrow \quad I_a = 10^{\left(\frac{\beta_a}{10}\right)} \cdot I_0 \quad = \quad 10^{\left(\frac{82}{10}\right)} \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad = \quad 1{,}58 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

L'intensité totale reçue au point étudié est :

$$I_{tot} = 2{,}00 \times 10^{-5}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} + 1{,}58 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 1{,}78 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Le niveau sonore correspondant à cette intensité est :

$$\beta_{tot} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad = \quad 10\log\left(\frac{1{,}78\times10^{-4}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}{10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}\right) \quad = \quad \mathbf{82{,}5\ dB}$$

retour à la question ▲

3.11 Solution : Deux fois plus fort retour à la question ▲

retour à la question ▲

Les équations impliquées sont celles du niveau sonore β et de l'intensité sonore I en fonction de la puissance émise et de la distance :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad \text{avec} \qquad I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

En réunissant les deux, on trouve :

$$\beta = 10\log\left(\frac{\left(\frac{P}{4\pi r^2}\right)}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{P}{4\pi r^2 I_0}\right) \qquad (1)$$

a) $r' = r \div 10^{(\beta/20)}$

Isolons la distance r dans l'équation (1) pour voir comment elle est affectée par un doublement du niveau sonore :

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}}$$

Si on double le niveau sonore (c'est-à-dire $\beta' = 2\beta$), que devient la distance modifiée r' :

$$r' = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta'}{10}\right)}}} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{2\beta}{10}\right)}}}$$

Sachant que $x^a \times x^b = x^{a+b}$, on peut faire la substitution suivante : $10^{\left(\frac{2\beta}{10}\right)} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}+\frac{\beta}{10}\right)} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}$

retour à la question ▲

$$r' = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}} \times \frac{1}{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}} = \sqrt{\frac{1}{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}} \times \underbrace{\sqrt{\frac{P}{4\pi I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}}}_{=r} = \sqrt{\frac{1}{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}} \times r = \frac{r}{\sqrt{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}}$$

Sachant que $(x^a)^b = x^{a\times b}$, on peut faire la substitution suivante : $\sqrt{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}} = \left(10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)\times\frac{1}{2}} = 10^{\left(\frac{\beta}{20}\right)}$

$$r' = \frac{r}{\sqrt{10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}} = \boldsymbol{\frac{r}{10^{\left(\frac{\beta}{20}\right)}}}$$

b) $P' = P \times 10^{(\beta/10)}$

Isolons la puissance P dans l'équation (1) pour voir comment elle est affectée par un doublement du niveau sonore :

$$P = 4\pi r^2 I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} \qquad (2)$$

Si on double le niveau sonore, que devient la puissance modifiée P' :

$$P' = 4\pi r^2 I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta'}{10}\right)} = 4\pi r^2 I_0 \times 10^{\left(\frac{2\beta}{10}\right)} = \underbrace{4\pi r^2 I_0 \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}_{=P} \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}$$

Selon l'équation (2), on peut remplacer substituer une portion de l'expression par P :

$$P' = \boldsymbol{P \times 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)}}$$

retour à la question ▲

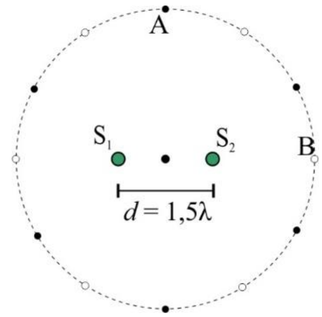
3.3 L'INTERFÉRENCE DES ONDES SONORES

3.12 Solution : Interférence circulaire retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) $\Delta r = 0$, interférence constructive.

Pour des raisons évidentes, le point A est à égale distance de chacune des deux sources. Ainsi, la différence de marche est nulle ($\Delta r = 0$). Une différence de marche nulle pour deux sources en phase génère de l'interférence constructive.



b) $\Delta r = 1{,}5\lambda$, interférence destructive.

La différence de marche des deux sources jusqu'au point B est donnée par $\Delta r = r_2 - r_1$. On ignore le rayon du cercle et on ne peut quantifier numériquement les deux distances, mais puisque les deux sources et le point B sont sur le même axe, on voit que la source S_1 est plus éloignée du point B d'une distance précisément égale à $1{,}5\lambda$. C'est donc la différence de marche $\Delta r = 1{,}5\lambda$. La différence de marche étant un nombre demi-entier de longueurs d'onde, l'interférence générée au point B est destructive.

c) 6 points d'interférence constructive et 6 points d'interférence destructive.

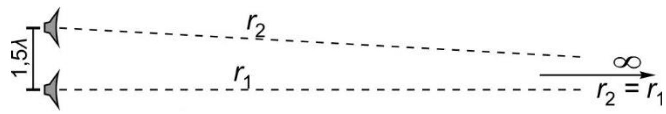
Au point A, la différence de marche est nulle, et au point B, elle est de $1{,}5\lambda$. On devine que la différence de marche ne fait qu'augmenter du point A au point B, et passe par les différentes valeurs $\Delta r = 0{,}5\lambda$ et $\Delta r = 1\lambda$. Il s'agit d'un point d'interférence destructive ($\Delta r = 0{,}5\lambda$) et d'un point d'interférence constructive ($\Delta r = 1\lambda$), même si on ne les a pas situés précisément.

On retrouve la même configuration dans chacun des 4 cadrans du cercle. Si on ajoute le point A et son équivalent à l'opposé du cercle, ainsi que le point B et son équivalent, on trouve au total 6 points d'interférence constructive (les points noirs sur la figure ci-contre) et 4 points d'interférence destructive (les points blancs sur la figure).

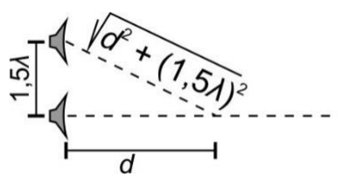
retour à la question ▲

3.13 Solution : Interférence à l'infini retour à la question ▲

Partons de l'infini pour concevoir la différence de marche. À une distance infinie des haut-parleurs (voir figure ci-contre), les deux distances r_1 et r_2 tendent à être identiques car ces distances tendent à être parallèles. Donc à l'infini, s'il existait, on aurait un point d'interférence constructive, avec $\Delta r = 0$.



En se rapprochant du haut-parleur du bas, la différence de marche ($\Delta r = r_2 - r_1$) devient non nulle et augmente progressivement. Appelons d la distance recherchée devant le haut-parleur du bas, équivalente à r_1. En tout point, la différence de marche est donnée par :



$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{d^2 + (1{,}5\lambda)^2} - d,$$

où l'une des distances est donnée par le théorème de Pythagore (voir figure ci-haut).

Cette expression générale permet de calculer la distance d pour les différences de marche produisant une interférence particulière ($\Delta r = 0{,}5\lambda$, $\Delta r = 1\lambda$, $\Delta r = 1{,}5\lambda$, etc).

retour à la question ▲

a) $d = \infty$ et $d = 0{,}625\lambda$

On a déjà déterminé par raisonnement qu'on trouve un maximum à $d = \infty$ (où $\Delta r = 0$). Voyons ensuite où trouve-on une différence de marche de 1λ :

$$\Delta r = \sqrt{d^2 + (1{,}5\lambda)^2} - d = 1\lambda \quad \rightarrow \quad d = 0{,}625\lambda$$

Pour une différence de marche de 2λ :

$$\Delta r = \sqrt{d^2 + (1{,}5\lambda)^2} - d = 2\lambda \quad \rightarrow \quad d = -0{,}4375\lambda$$

Une distance négative signifie n'est pas valide car d a été définie de manière à être positive (une distance réelle sur le triangle créé). L'interférence constructive ne se produit donc qu'à $d = \infty$ et $\boldsymbol{d = 0{,}625\lambda}$.

b) $d = 2\lambda$ et $d = 0\lambda$

Le premier cas d'interférence destructive rencontré en se rapprochant à partir de l'infini est le cas où $\Delta r = 0{,}5\lambda$:

$$\Delta r = \sqrt{d^2 + (1{,}5\lambda)^2} - d = 0{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad d = \mathbf{2\lambda}$$

En se rapprochant encore, y a-t-il un cas où $\Delta r = 1{,}5\lambda$:

$$\Delta r = \sqrt{d^2 + (1{,}5\lambda)^2} - d = 1{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad d = \mathbf{0}$$

Il y a donc techniquement un minimum d'interférence vis-à-vis le haut-parleur du bas. En effet, à cet endroit l'une des distances est nulle et l'autre est 1,5λ. Il y a donc de l'interférence destructive, et c'est le dernier point à l'étude avant de passer de l'autre côté des haut-parleurs.

retour à la question ▲

3.14 Solution : Interférence de deux sources retour à la question ▲

On devra au préalable connaître la longueur d'onde des ondes produites. À partir de la fréquence donnée et de la vitesse du son :

$$v = \lambda f \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{500\text{ Hz}} = 0{,}680\text{ m}$$

a) $\Delta r_1 = 0$, $\Delta\Phi_1 = 0$, Interférence constructive.

Au point P$_1$, sans aucun calcul, on sait que la distance depuis chacune des sources est la même. La différence de marche est donc nulle et l'interférence est constructive.

b) $\Delta r_{P2} = 2$ m, $\Delta\Phi_2 = 18{,}5$ rad, Interférence intermédiaire.

retour à la question ▲

Au point P$_2$, la distance à chacune des sources doit être calculée distinctement. Les calculs peuvent se limiter à la dimension y puisque les deux sources et le point P$_2$ sont situé sur le même axe. On pourra ensuite calculer la différence de marche $\Delta r = r_2 = r_1$.

Si on traite d'abord la source du haut :

$$r_1 = y_{P2} - y_{S1} = 2\text{ m} - 1\text{ m} = 1\text{ m}$$

Et pour la source du bas :

$$r_2 = y_{P2} - y_{S2} = 2\text{ m} - (-1\text{ m}) = 3\text{ m}$$

La différence de marche est donc :

$$\Delta r_{P_2} = r_2 - r_1 = 3\text{ m} - 1\text{ m} = \mathbf{2\text{ m}}$$

La différence de phase correspondante :

$$\frac{\Delta r_{P_2}}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta\Phi_2 = \frac{\Delta r_{P_2}\cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{2\text{ m}\times 2\pi}{0{,}680\text{ m}} = \mathbf{18,5\text{ rad}}$$

Voyons le rapport $\Delta r/\lambda$ pour déterminer le type d'interférence :

$$\frac{\Delta r_2}{\lambda} = \frac{2\text{ m}}{0{,}680\text{ m}} = 2{,}94$$

Puisque le rapport $\Delta r/\lambda$ n'est ni un entier ni un demi-entier, l'interférence est intermédiaire.

retour à la question ▲

c) $\Delta r_{P3} = 1{,}37$ m, $\Delta\Phi_3 = 12{,}7$ rad, Interférence constructive.

Au point P$_3$, la distance à chacune des sources doit être calculée à l'aide du théorème de Pythagore. Pour la source du haut :

$$r_1 = \sqrt{(1\text{ m})^2 + (2\text{ m})^2} = 2{,}24\text{ m}$$

Et pour la source du bas :

$$r_2 = \sqrt{(3\text{ m})^2 + (2\text{ m})^2} = 3{,}61\text{ m}$$

La différence de marche est donc :

$$\Delta r_{P_3} = r_2 - r_1 = 3{,}61\text{ m} - 2{,}24\text{ m} = \mathbf{1,37\text{ m}}$$

La différence de phase correspondante :

$$\frac{\Delta r_{P_3}}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta\Phi_3 = \frac{\Delta r_{P_3}\cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{1{,}37\text{ m}\times 2\pi}{0{,}680\text{ m}} = \mathbf{12,7\text{ rad}}$$

Voyons le rapport $\Delta r/\lambda$ pour déterminer le type d'interférence :

$$\frac{\Delta r_{P3}}{\lambda} = \frac{1{,}37\text{ m}}{0{,}680\text{ m}} = 2{,}01$$

Puisque le rapport $\Delta r/\lambda$ est pratiquement un entier, l'interférence produite est constructive.

retour à la question ▲

3.15 Solution : Deux haut-parleurs retour à la question ▲

a) $\Delta\Phi$ = 0,695 rad

Le déphasage des ondes atteignant le point P est lié à la différence de marche et à la longueur d'onde par :

$$\frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \qquad (1)$$

La différence de marche Δr peut être calculée par la différence des distances des deux haut-parleurs :

$$\Delta r = 3{,}25\ \text{m} - 3{,}00\ \text{m} \quad = \quad 0{,}25\ \text{m}$$

Et la longueur d'onde est :

$$v = \lambda f \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{v}{f} \quad = \quad \frac{339\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{150\ \text{Hz}} \quad = \quad 2{,}26\ \text{m}$$

La différence de phase selon l'équation (1) est donc :

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta r \cdot 2\pi}{\lambda} \quad = \quad \frac{0{,}25\ \text{m} \times 2\pi}{2{,}26\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{0{,}695\ rad}$$

b) A = 150 μm

À partir du déphasage connu entre les deux ondes identiques, l'amplitude de l'onde résultante est :

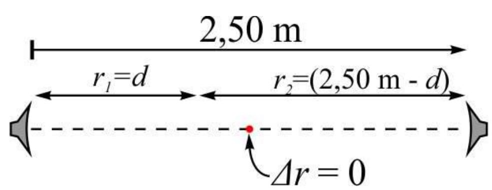
$$A_{rés} = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right| \quad = \quad \left|2 \times 80{,}0\ \mu\text{m} \times \cos\left(\frac{0{,}695\ \text{rad}}{2}\right)\right| \quad = \quad \mathbf{150\ \mu m}$$

retour à la question ▲

3.16 Solution : Haut-parleurs face à face retour à la question ▲

a) d = 0,279 m, 0,764 m, 1,25 m, 1,74 m, 2,22 m

Par logique, le point où il est le plus simple de déterminer le type d'interférence est le point central du montage. À mi-chemin entre les deux haut-parleurs, les ondes de même fréquence et voyageant à la même vitesse (la vitesse du son est propre à l'air, donc identique aux deux ondes) se trouvent nécessairement dans la même phase de leur cycle. On a donc au centre un point d'interférence constructive, à 1,25 m de chacun des haut-parleurs.



À partir de là, la longueur d'onde (connaissable via $v = \lambda f$) permet d'identifier les autres lieux d'interférence constructive. En se rapprochant d'un haut-parleur à partir du centre (choisissons le haut-parleur de gauche), la différence de marche augmentera progressivement.

De façon générale, pour un point à une distance d du haut-parleur de gauche (voir figure), la différence de marche est :

$$\Delta r = r_2 - r_1 \quad = \quad (2{,}50\ \text{m} - d) - d \quad = \quad 2{,}50\ \text{m} - 2d \qquad (1)$$

Pour l'interférence constructive, on s'intéresse aux endroits où cette différence de marche est un multiple entier de la longueur d'onde ($\Delta r = m\lambda$), celle-ci étant égale à v/f. Les différents points d'interférence constructive sont :

$$\Delta r = 1\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\ \text{m} - d = 1\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 1\frac{v}{f}\right) \quad = \quad \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 1 \times \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\ \text{Hz}}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}764\ m}$$

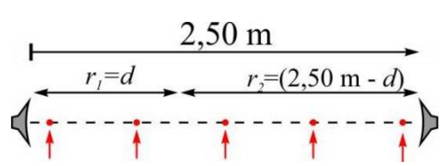
$$\Delta r = 2\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\ \text{m} - d = 2\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 2\frac{v}{f}\right) \quad = \quad \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 2 \times \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\ \text{Hz}}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}279\ m}$$

$$\Delta r = 3\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\ \text{m} - d = 3\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 3\frac{v}{f}\right) \quad = \quad \frac{1}{2}\left(2{,}50\ \text{m} - 3 \times \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\ \text{Hz}}\right) \quad = \quad -0{,}207\ \text{m}$$

Ce dernier point (d = –0,207 m) ne se trouve pas entre les deux haut-parleurs et est rejeté. Par symétrie, de l'autre côté du centre, on trouve la même configuration. Ainsi :

$$\Delta r = -1\lambda \quad \rightarrow \quad d = 2{,}50\ \text{m} - 0{,}764\ \text{m} = \mathbf{1{,}74\ m}$$

$$\Delta r = -2\lambda \quad \rightarrow \quad d = 2{,}50\ \text{m} - 0{,}279\ \text{m} = \mathbf{2{,}22\ m}$$



Les lieux où il y a interférence constructive, à partir de l'un des haut-parleurs, sont donc : 0,270 m, 0,760 m, 1,25 m, 1,74 m, 2,23 m. La figure ci-contre illustre ces endroits sur la droite liant les deux haut-parleurs.

b) d = 0,0357 m, 0,521 m, 1,01 m, 1,49 m, 1,98 m, 2,46 m

Pour déterminer les points d'interférence destructive, on peut réutiliser l'équation (1) pour trouver les endroits où la différence de marche est un multiple demi-entier de la longueur d'onde :

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

retour à la question ▲

$$\Delta r = 0{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\text{ m} - 2d = 0{,}5\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 0{,}5\frac{v}{f}\right) = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 0{,}5 \times \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\text{ Hz}}\right) = \mathbf{1{,}01\ m}$$

$$\Delta r = 1{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\text{ m} - 2d = 1{,}5\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 1{,}5\frac{v}{f}\right) = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 1{,}5 \times \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\text{ Hz}}\right) = \mathbf{0{,}521\ m}$$

$$\Delta r = 2{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad 2{,}50\text{ m} - 3d = 0{,}5\frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad d = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 2{,}5\frac{v}{f}\right) = \frac{1}{2}\left(2{,}50\text{ m} - 2{,}5 \times \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{350\text{ Hz}}\right) = \mathbf{0{,}0357\ m}$$

C'est nécessairement le dernier point d'interférence destructive avant de quitter l'espace entre les haut-parleurs. Par symétrie, de l'autre côté du centre :

$$\Delta r = -0{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad d = 2{,}50\text{ m} - 1{,}01\text{ m} = \mathbf{1{,}49\ m}$$

$$\Delta r = -1{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad d = 2{,}50\text{ m} - 0{,}521\text{ m} = \mathbf{1{,}98\ m}$$

$$\Delta r = -2{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad d = 2{,}50\text{ m} - 0{,}0357\text{ m} = \mathbf{2{,}46\ m}$$

Les lieux où il y a interférence destructive, à partir de l'un des haut-parleurs, est donc : 0,0250 m, 0,515 m, 1,005 m, 1,495 m, 1,985 m, 2,475 m.

retour à la question ▲

3.17 Solution : Écho

retour à la question ▲

a) $\Delta\Phi$ = 51,6 rad

Il s'agit de trouver la différence de marche entre l'onde qui atteint directement le point milieu et l'onde qui se rend d'abord au mur. Pour la première, la distance parcourue est r_1 = (7,50 m)/2 = 3,75 m. Pour l'autre onde, l'aller vers le mur et le retour au point milieu mesure r_2 = 7,50 m + (7,50 m)/2 = 11,25 m.

La différence de marche est donc :

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 11{,}25\,m - 3{,}75\,m = 7{,}50\,m$$

Le déphasage produit par une différence de marche de 7,50 m, est :

$$\frac{\Delta r}{\lambda} = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta\Phi = \frac{\Delta r \cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{7{,}50\text{ m} \times 2\pi}{0{,}913\text{ m}} = \mathbf{51{,}6\ rad}$$

b) Interférence intermédiaire

On doit déterminer si le déphasage trouvé en a) est un multiple entier, demi-entier ou quelconque de « 2π » :

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi\text{ rad}} = \frac{51{,}6\text{ rad}}{2\pi\text{ rad}} = 8{,}21$$

Il s'agit donc d'interférence intermédiaire.

c) $A_{rés}$ = 1,56A

Si l'amplitude de chaque onde atteignant le point étudié est A, l'amplitude résultante est :

$$A_{rés} = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right| = \left|2A\cos\left(\frac{51{,}6\text{ rad}}{2}\right)\right| = \mathbf{1{,}56}\boldsymbol{A}$$

retour à la question ▲

3.18 Solution : Battements

retour à la question ▲

f_{bat} = 5,51 Hz

La fréquence des battements est simplement donnée par la différence des fréquences qui génèrent les battements :

$$f_{bat} = |f_2 - f_1| \qquad \text{où} \qquad f = \frac{v}{\lambda}$$

Donc :

$$f_{bat} = \left|\frac{v}{\lambda_2} - \frac{v}{\lambda_1}\right| = v\left|\frac{1}{\lambda_2} - \frac{2}{\lambda_1}\right| = 340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \left|\frac{1}{1{,}79\text{ m}} - \frac{1}{1{,}74\text{ m}}\right| = \mathbf{5{,}46\ Hz}$$

retour à la question ▲

3.19 Solution : Piano retour à la question ▲

f = 396 Hz

La fréquence des battements diminue lorsque les fréquences comparées se rapprochent. Ainsi, si lors de l'ajustement décrit, la fréquence des battements augmente, ça indique que la fréquence produite par la corde s'est éloignée de 392 Hz, et ce, vers le haut. Si la fréquence des battements après l'ajustement est de 4 Hz (f_{bat} = 4 Hz), on peut déterminer la seconde fréquence, supérieure à f_1 = 392 Hz, qui contribue aux battements :

$$f_{bat} = |f_2 - f_1| \quad \Rightarrow \quad f_2 = f_1 \pm f_{bat} \quad = \quad 392\ Hz \pm 4\ Hz \quad = \quad \begin{matrix} \to f_2 = 396\ \text{Hz} \\ \to f_2 = 388\ \text{Hz} \end{matrix}$$

Puisqu'on a conclu que la fréquence recherchée est supérieure à 392 Hz, il s'agit de **396 Hz**.

retour à la question ▲

3.4 LES ONDES SONORES STATIONNAIRES ET LES INSTRUMENTS DE MUSIQUE

3.20 Solution : Tube résonant retour à la question ▲

f_1 = 136 Hz, f_2 = 272 Hz, f_3 = 408 Hz

Pour un tuyau ouvert-ouvert, les fréquences de résonance sont définies par :

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

Les trois premières fréquences de résonance correspondent aux fréquences des modes *n* = 1, *n* = 2 et *n* = 3 :

$$f_1 = \frac{1 \times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 1{,}25\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{136\ Hz}$$

$$f_2 = \frac{2 \times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 1{,}25\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{272\ Hz}$$

$$f_3 = \frac{3 \times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 1{,}25\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{408\ Hz}$$

retour à la question ▲

3.21 Solution : Didgeridoo retour à la question ▲

L = 1,68 m

Pour un tuyau ouvert-ouvert, les fréquences de résonance sont définies par :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{nv}{2f_n}$$

Pour la fréquence fondamentale :

$$L = \frac{nv}{2f_n} \quad = \quad \frac{1 \times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 101\ \text{Hz}} \quad = \quad \mathbf{1{,}68\ m}$$

retour à la question ▲

3.22 Solution : Douille retour à la question ▲

L = 2,05 cm

Pour un tuyau fermé-ouvert, les fréquences de résonance sont définies par :

$$f_n = \frac{(2n-1)v}{4L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{(2n-1)v}{4f_n}$$

Pour la fréquence fondamentale :

$$L = \frac{(2 \times 1 - 1) \times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \times 4\ 150\ \text{Hz}} \quad = \quad \mathbf{2{,}05\ cm}$$

retour à la question ▲

3.23 Solution : Ondes stationnaires en ligne retour à la question ▲

Exercices en ligne

3.24 Solution : Trombone retour à la question ▲

57,6 Hz < f < 633 Hz

Les fréquences les plus faibles et plus élevées sont évidemment liées aux longueurs extrêmes de la colonne d'air du trombone. Selon l'équation du tuyau ouvert-ouvert, on observe que les fréquences les plus élevées correspondent aux longueurs les plus faibles du tuyau :

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

La fréquence la plus faible sera donc liée à la longueur de 2,95 m du tuyau. Aussi, la fréquence la plus faible est évidemment lié au mode le plus bas, donc le fondamental. Ainsi, la fréquence la plus faible obtenue par le tromboniste sera :

$$f_{min} = \frac{1v}{2L_{max}} = \frac{1\times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\times 2{,}95\ \text{m}} = \mathbf{57{,}6\ Hz}$$

À l'opposée, la fréquence la plus élevée est liée au mode le plus élevé (n = 8) et à la longueur la plus courte du tuyau :

$$f_{max} = \frac{8v}{2L_{min}} = \frac{8\times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\times 2{,}15\ \text{m}} = \mathbf{633\ Hz}$$

retour à la question ▲

3.25 Solution : Corde et tuyau retour à la question ▲

μ = 1,51×10⁻⁴ kg/m

Pour la corde (dont on assume que les deux extrémités sont fixes), la fréquence de résonance est définie par :

$$f_{n\ corde} = \frac{n_{corde} v_{corde}}{2L_{corde}}, \qquad \text{où} \qquad v_{corde} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_{n\ corde} = \frac{n_{corde}\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2L_{corde}} = \frac{n_{corde}}{2L_{corde}}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Pour le tuyau ouvert fermé, la fréquence de résonance est :

$$f_{n\ tuyau} = \frac{(2n_{tuyau}-1)v_{son}}{4L_{tuyau}}$$

Les deux fréquences étant égales :

$$\frac{n_{corde}}{2L_{corde}}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = f_{n\ corde} = f_{n\ tuyau} = \frac{(2n_{tuyau}-1)v_{son}}{4L_{tuyau}}$$

$$\mu = \left(\frac{4L_{tuyau}}{(2n_{tuyau}-1)v_{son}} \times \frac{n_{corde}}{2L_{corde}}\right)^2 \times F = \left(\frac{4\times 0{,}925\ \text{m}}{(2\times 3-1)\times 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \times \frac{4}{2\times 2{,}45\ \text{m}}\right)^2 \times 47{,}4\ \text{N} = \mathbf{1{,}51 \times 10^{-4}\ \frac{kg}{m}}$$

retour à la question ▲

3.26 Solution : Bouteilles retour à la question ▲

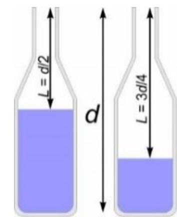
f_1 = 441 Hz

Désignons par *d* la profondeur totale de la bouteille (longueur du contenant). La bouteille se comporte comme un tuyau ouvert-fermé car le liquide dans la bouteille constitue une extrémité de la colonne d'air, alors qu'à l'autre bout, le goulot, l'air est libre de communiquer avec l'atmosphère et donc de vibrer. On sait que quand la longueur du tuyau est *d*/2, la fréquence fondamentale est f_1 = 661 Hz. En utilisant une vitesse du son dans l'air de 340 m/s, on peut calculer la longueur *L* de la colonne d'air, et ainsi la longueur *d* de la bouteille, pour le mode *n* = 1 à 661 Hz :

$$f_{1,\,½} = \frac{(2n-1)v}{4L} \quad \rightarrow \quad L = \frac{(2n-1)v}{4f_{1,\,½}} = \frac{(2\times1-1)\times340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\times661\text{ Hz}} = 0{,}129\text{ m}$$

Puisque *L* = *d*/2, la longueur totale *d* de la bouteille est :

$$d = 2L = 2\times0{,}129\text{ m} = 0{,}257\text{ m}$$



La seconde bouteille est remplie au quart de sa hauteur, donc la longueur de la colonne d'air est *L* = ¾*d*. Avec *n* = 1, on a :

$$f_{1,\,¼} = \frac{(2n-1)v}{4L} = \frac{(2n-1)v}{4\times\frac{3}{4}d} = \frac{(2\times1-1)\times340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\times\frac{3}{4}\times0{,}257\text{ m}} = \mathbf{441\ Hz}$$

Remarque : le tuyau est allongé d'un facteur 1,5, et la fréquence fondamentale est réduite d'un facteur 1,5 (il est normal que la fréquence diminue lorsque la longueur du tuyau augmente).

retour à la question ▲

3.27 Solution : Même fréquence retour à la question ▲

f_{min} = 1 238 Hz

Il peut être correct de procéder par essai et erreur pour identifier les modes des deux systèmes dont les fréquences sont identiques, mais on peut aussi procéder de façon avertie pour limiter les calculs à faire. En principe, les deux modes recherchés pourraient éventuellement être élevés. Calculons d'abord la fréquence fondamentale de chaque système, en identifiant bien les variables. Pour la corde :

$$f_{n,c} = \frac{n_c v_c}{2L_c} \qquad \text{avec} \quad v_c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f_{n,c} = \frac{n_c\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2L_c} = \frac{n_c}{2L_c}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \rightarrow \quad f_{1,c} = \frac{1}{2\times0{,}785\text{ m}}\sqrt{\frac{550\text{ N}}{0{,}002\,33\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}}} = 309\text{ Hz}$$

Pour le tuyau ouvert-fermé :

$$f_{n,t} = \frac{(2n_t-1)v_{son}}{4L_t} \quad \rightarrow \quad f_{1,t} = \frac{(2\times1-1)\times340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\times1{,}03\text{ m}} = 82{,}5\text{ Hz}$$

Pour une corde (aux deux extrémités fixes), les fréquences des modes plus élevés sont toutes des multiples de la fréquence fondamentale. Si on énumère les 10 premiers modes :

$$f_{n,c} = \frac{n_c}{2L_c}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = n_c \times \frac{1}{2L_c}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = n_c \times 309\text{ Hz}$$

$f_{1\,c}$ = 309 Hz, $f_{2\,c}$ = 619 Hz, $f_{3\,c}$ = 928 Hz, $f_{4\,c}$ = **1 238 Hz**, $f_{5\,c}$ = 1 547 Hz,

$f_{6\,c}$ = 1 857 Hz, $f_{7\,c}$ = 2 166 Hz, $f_{8\,c}$ = 2 476 Hz, $f_{9\,c}$ = 2 785 Hz, $f_{10\,c}$ = 3 095 Hz.

Pour le tuyau fermé-ouvert, les fréquences des dix premiers modes sont les multiples impairs de la fréquence fondamentale :

$$f_{n,t} = \frac{(2n_t-1)v_{son}}{4L_t} = (2n_t-1)\times\frac{v_{son}}{4L_t} = (2n_t-1)\times82{,}5\text{ Hz}$$

$f_{1\,t}$ = 82,5 Hz, $f_{2\,t}$ = 248 Hz, $f_{3\,t}$ = 413 Hz, $f_{4\,t}$ = 578 Hz, $f_{5\,t}$ = 743 Hz,

$f_{6\,t}$ = 908 Hz, $f_{7\,t}$ = 1 073 Hz, $f_{8\,t}$ = **1 238 Hz**, $f_{9\,t}$ = 1 403 Hz, $f_{10\,t}$ = 1 568 Hz.

On constate rapidement que la première valeur qui appartient aux deux systèmes est 1 238 Hz. Il s'agit du 4e mode pour la corde et du 8e mode pour le tuyau.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.5 L'EFFET DOPPLER

3.28 Solution : Doubler retour à la question ▲

v_S = 170 m/s

On utilise l'équation de l'effet Doppler, dans laquelle on applique $f' = 2f$:

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f = 2f \qquad \text{avec} \quad v_O = 0$$

$$\left(\frac{v}{v \pm v_S}\right) = 2$$

La source doit se déplacer vers l'observateur, donc elle tend à se rapprocher, ce qui ferait augmenter la fréquence perçue. On soustrait donc v_s à la vitesse du son au dénominateur :

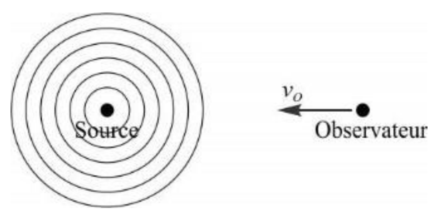
$$\left(\frac{v}{v - v_S}\right) = 2 \quad \rightarrow \quad v_S = \frac{2v - v}{2} = \frac{v}{2} = \frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = \mathbf{170\,\frac{m}{s}}$$

retour à la question ▲

3.29 Solution : Va-et-vient retour à la question ▲

a) f' = 544 Hz

L'observateur se déplace vers la source immobile ($v_S = 0$). La vitesse de l'observateur est donc de 30 m/s en rapprochement, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue. Dans l'équation de l'effet Doppler, on devra additionner v_O à la vitesse du son pour augmenter le numérateur :

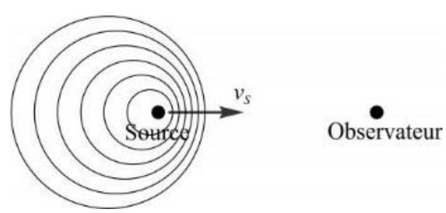


$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f = \left(\frac{v + v_O}{v \pm 0}\right) f = \left(\frac{v + v_O}{v}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\ \text{Hz} = \mathbf{544\ Hz}$$

b) f' = 548 Hz

La source se déplace vers l'observateur immobile ($v_O = 0$). La vitesse de la source est donc de 30 m/s, en rapprochement, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue. Dans l'équation de l'effet Doppler, on devra soustraire v_S à la vitesse du son pour réduire le dénominateur :

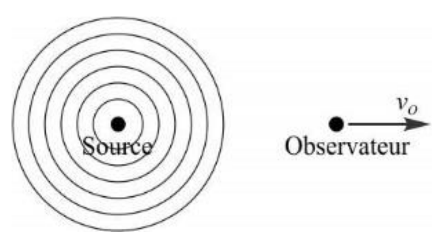


$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f = \left(\frac{v \pm 0}{v - v_S}\right) f = \left(\frac{v}{v - v_S}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\ \text{Hz} = \mathbf{548\ Hz}$$

c) f' = 456 Hz

L'observateur se déplace en fuyant la source immobile ($v_S = 0$). La vitesse de l'observateur est donc de 30 m/s en éloignement, ce qui tend à faire diminuer la fréquence perçue. Dans l'équation de l'effet Doppler, on devra soustraire v_O à la vitesse du son pour réduire le numérateur :

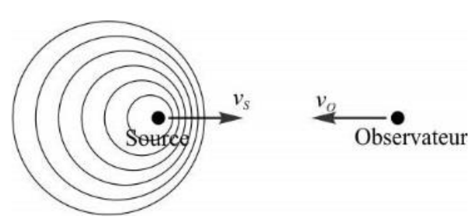


$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f = \left(\frac{v - v_O}{v \pm 0}\right) f = \left(\frac{v - v_O}{v}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 30\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\ \text{Hz} = \mathbf{556\ Hz}$$

d) f' = 546 Hz

La source et l'observateur se déplacent un vers l'autre à des vitesses de même module. Puisque la somme des modules vaut 30 m/s, les deux ont une vitesse de 15 m/s. La vitesse de la source tend à produire un rapprochement, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue, et on doit conséquemment soustraire v_S à la vitesse du son au dénominateur. La vitesse de l'observateur tend à produire un rapprochement aussi, ce qui tend à faire



retour à la question ▲
retour à la question ▲

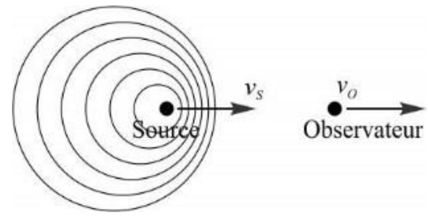
augmenter la fréquence perçue, et on doit conséquemment additionner v_O à la vitesse du son au numérateur :

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\text{ Hz} \quad = \quad \mathbf{546\ Hz}$$

e) f' = 500 Hz

La source et l'observateur se déplacent dans la même direction à des vitesses de même module. Puisque la somme des modules vaut 30 m/s, les deux ont une vitesse de 15 m/s. La vitesse de la source tend à produire un rapprochement, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue, et on doit conséquemment soustraire v_S à la vitesse du son au dénominateur. La vitesse de l'observateur tend à produire un éloignement, ce qui tend à faire diminuer la fréquence perçue, et on doit conséquemment soustraire v_O à la vitesse du son au numérateur :

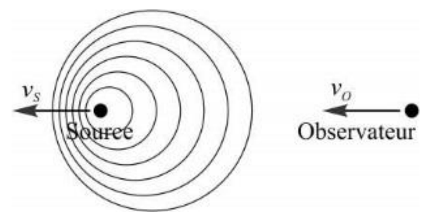


$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v - v_O}{v - v_S}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\text{ Hz} \quad = \quad \mathbf{500\ Hz}$$

f) f' = 500 Hz

La source et l'observateur se déplacent dans la même direction à des vitesses de même module. Puisque la somme des modules vaut 30 m/s, les deux ont une vitesse de 15 m/s. La vitesse de la source tend à produire un éloignement, ce qui tend à faire diminuer la fréquence perçue, et on doit conséquemment additionner v_S à la vitesse du son au dénominateur. La vitesse de l'observateur tend à produire un rapprochement, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue, et on doit conséquemment additionner v_O à la vitesse du son au numérateur :



$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v + v_O}{v + v_S}\right) f$$

$$f' = \left(\frac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \times 500\text{ Hz} \quad = \quad \mathbf{500\ Hz}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

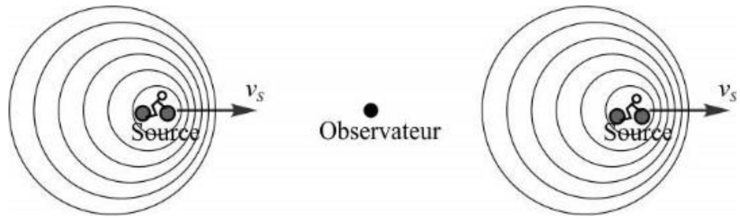
3.30 Solution : Course de moto retour à la question ▲

retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) v = 245 km/h

On doit établir l'équation de l'effet Doppler pour les deux situations du problème, soit l'approche (f_{app})et l'éloignement ($f_{él}$). Dans les deux cas, la vitesse de la source est de même module mais de signe opposé, car à l'approche, la source va vers l'observateur (augmentation de f', soustraction de v_S au dénominateur), alors qu'à l'éloignement, la source fuit l'observateur (diminution de f', addition de v_S au dénominateur). L'observateur étant immobile, on a :



$$f_{app} = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v \pm 0}{v - v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v}{v - v_S}\right) f$$

$$f_{él} = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v \pm 0}{v + v_S}\right) f \quad = \quad \left(\frac{v}{v + v_S}\right) f$$

Les deux inconnues de ces deux équations sont f et v_S. Pour trouver d'abord v_S, on peut isoler f dans chaque équation pour les comparer :

$$f = \left(\frac{v - v_S}{v}\right) f_{app} \qquad \text{et} \qquad f = \left(\frac{v + v_S}{v}\right) f_{él} \qquad (1)$$

$$\left(\frac{v - v_S}{v}\right) f_{app} = \left(\frac{v + v_S}{v}\right) f_{él}$$

$$(v - v_S) f_{app} = (v + v_S) f_{él}$$

$$v_S \left(f_{app} + f_{él}\right) = v\left(f_{app} - f_{él}\right)$$

$$v_S = v \times \frac{(f_{app} - f_{él})}{(f_{app} + f_{él})} \quad = \quad 340\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times \left(\frac{1\,091\ \mathrm{Hz} - 730\ \mathrm{Hz}}{1\,091\ \mathrm{Hz} + 730\ \mathrm{Hz}}\right) \quad = \quad 67{,}4\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

En km/h :

$$v_S = 67{,}4\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times \frac{3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \quad = \quad \mathbf{243\,\tfrac{km}{h}}$$

b) f = 875 Hz

La vitesse de la moto ayant été trouvée en a), on peut réutiliser l'une des équations (1) pour calculer la fréquence f. Si on procède avec l'équation de la fréquence d'approche pour isoler f :

$$f = \left(\frac{v - v_S}{v}\right) f_{app}$$

$$f = \left(\frac{v - v_S}{v}\right) f_{app} \quad = \quad \left(\frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 67{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right) \times 1\,091\ \mathrm{Hz} \quad = \quad \mathbf{875\ Hz}$$

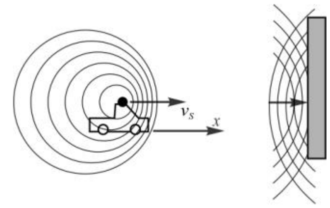
Cette fréquence est bien comprise entre la fréquence à approche de 1091 Hz et la fréquence à l'éloignement de 730 Hz (sans être à mi-chemin).

retour à la question ▲

3.31 Solution : Le mur retour à la question ▲

f' = 492 Hz

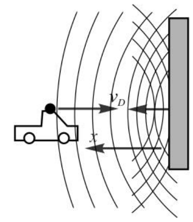
Lorsque les ondes sont émises vers le mur, celui-ci tient le rôle de détecteur (observateur) immobile et réfléchit les ondes à la même fréquence qu'il les reçoit. Il deviendra à son tour une source immobile d'ondes à cette même fréquence, vers le véhicule qui devient l'observateur.



Trouvons d'abord la fréquence à laquelle les ondes atteignent le mur. La source se déplace vers le mur, qui tient le rôle d'observateur. La vitesse de la source tend donc à faire augmenter la fréquence perçue, et on soustrait donc v_S au dénominateur :

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f = \left(\frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \pm 0}{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right) \times 425\ \mathrm{Hz} = 459\ \mathrm{Hz}$$

Le mur devient la source immobile et émet en retour vers le véhicule, l'observateur. Celui-ci se déplace en vers la source, ce qui tend à faire augmenter la fréquence perçue, et on additionne v_O au numérateur :



$$f'' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f' = \left(\frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \pm 0}\right) \times 459\ \mathrm{Hz} = \mathbf{492\ Hz}$$

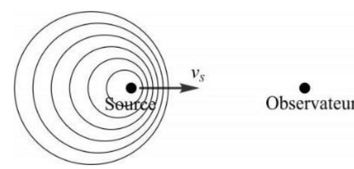
retour à la question ▲

3.32 Solution : Dérivée retour à la question ▲

$\mathrm{d}f' / \mathrm{d}v_S = vf / (v - v_S)^2$

Ce qu'on veut évaluer c'est la dérivée de la fréquence perçue (f') par rapport à la vitesse de la source. Pour une source en rapprochement, on soustraira v_S au dénominateur pour faire augmenter la fréquence perçue. Et pour un observateur immobile :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S} f' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S}\left[\left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S}\left[\left(\frac{v \pm 0}{v - v_S}\right) f\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S}\left[\left(\frac{v}{v - v_S}\right) f\right]$$



Le numérateur de la fraction ainsi que la fréquence originale f ne dépendent pas de v_S et peuvent être sortis de la dérivée, étant des constantes :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S} f' = vf \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S}\left[\frac{1}{v - v_S}\right] = vf \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S}(v - v_S)^{-1}$$

En appliquant l'identité suggérée pour la portion soulignée ($\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} u^n = n u^{n-1} \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$), on trouve :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S} f' = vf \times (-1)(v - v_S)^{(-1)-1} \times \frac{\mathrm{d}(v - v_S)}{\mathrm{d}v_S} = vf \times (-1)(v - v_S)^{(-1)-1} \times (-1) = vf \times (v - v_S)^{-2}$$

Finalement, pour un observateur immobile :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S} f' = vf \times \frac{1}{(v - v_S)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v_S} f' = \frac{vf}{(v - v_S)^2}$$

Pour démontrer que la fréquence perçue augmente avec la vitesse de rapprochement de la source, il suffit d'observer que cette dérivée donne nécessairement une valeur positive (puisque la vitesse du son v est forcément supérieure à v_S). Aussi, la vitesse de la source est positive, car la source se déplace dans le même sens que le son qui atteint le détecteur. Cependant, le signe de la vitesse du son n'influence pas le signe de l'expression totale de la dérivée, positive dans tous les cas.

retour à la question ▲

3.6 VITESSE SUPERSONIQUE ET ONDE DE CHOC

3.33 Solution : Balle de fusil retour à la question ▲

v = 593 m/s

L'équation du cône de Mach permet de lier la vitesse du projectile v_S à l'angle d'ouverture du cône :

$$\sin\theta = \frac{v_{son}}{v_{source}} \quad \Rightarrow \quad v_{source} = \frac{v_{son}}{\sin\theta} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\sin 35{,}0°} = \mathbf{593\ \frac{m}{s}}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.34 Solution : Avion supersonique retour à la question ▲

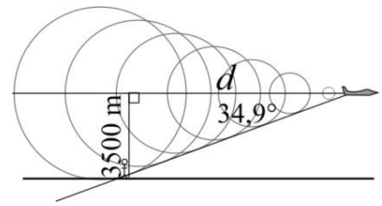
a) θ = 34,9°

L'équation du cône de Mach permet de calculer l'angle d'ouverture du cône :

$$\sin\theta = \frac{v_{son}}{v_{source}} \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{v_{son}}{v_{source}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{335\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{585\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = \mathbf{34{,}9^\circ}$$

b) d = 5011 m

Par géométrie, on constate qu'un triangle rectangle est formé par l'altitude de l'avion ainsi que la distance horizontale parcourue par l'avion :



$$\tan\theta = \frac{3\,500\text{ m}}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{3\,500\text{ m}}{\tan 34{,}9^\circ} = \mathbf{5\,011\text{ m}}$$

c) Δt = 8,57 s

Par cinématique, la distance de 5 011 m trouvée en b) et parcourue à la vitesse de 585 m/s implique le délai défini par :

$$v_{source} = \frac{d}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{d}{v_{source}} = \frac{5\,011\text{ m}}{585\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \mathbf{8{,}57\text{ s}}$$

retour à la question ▲