Équations Sect 2.1, #1 à 2 Sect 2.2, #3 à 12 Sect 2.3, #13 à 19 Sect 2.4, #20 à 21 Sect 2.5, #22 à 25
Sect 2.6, #26 à 34

CH 2 LES ONDES

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{v = \lambda f}$ $\boxed{y(x,t) = A\sin(kx \mp \omega t + \phi)}$

$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$ $\boxed{v = \frac{\omega}{k}}$

$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$ $\boxed{P_{moy} = \frac{1}{2}\mu v\omega^2 A^2}$

$\boxed{\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1}$ $\boxed{\Delta\Phi = 2m\pi}$

$\boxed{A_{rés} = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right|}$ $\boxed{y(x,t) = [2A\sin(kx)]\cos(\omega t)}$

$\boxed{f_n = \frac{nv}{2L}}$

$\boxed{v_y(x,t) = \mp\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)}$ $\boxed{\frac{d}{\lambda} = \frac{\Delta\phi}{2\pi}}$

$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$

2.1 LES TYPES D'ONDES

2.1 Question : Types d'ondes solution ►

Pour chacune des ondes suivantes, indiquez s'il s'agit d'une onde progressive (ou impulsion) transversale, longitudinale ou mixte, ou s'il ne s'agit pas d'une onde progressive :

a) Le son se propage d'un haut-parleur jusqu'à vos oreilles;
b) Une corde de guitare est pincée par un musicien;
c) Une masse oscille suspendue à un ressort;
d) Lors d'un tremblement de terre, des capteurs au sol enregistrent des mouvements verticaux ainsi que des mouvements horizontaux dans différentes directions;
e) La surface de l'eau ondule après qu'on ait lancé un caillou dans un étang;
f) Après un but du Canadien de Montréal, les partisans font la vague;
g) Dans la queue leu leu pour passer à la caisse rapide, tout le monde avance successivement d'un pas à chaque fois qu'une personne complète sa transaction.

2.2 Exercice : Séisme solution ►

Un séisme produit habituellement plusieurs types d'ondes, soit des *ondes P*, longitudinale, et des *ondes S*, transversales. Ces ondes se déplacent dans le sol à des vitesses différentes, liées aux propriétés du sol à chaque endroit.

Lors d'un certain tremblement de terre, les deux types d'ondes atteignent des instruments de mesures avec un décalage de 11,4 s, dans une région où les ondes P se propagent à 8,20 km/s et où les ondes S se propagent à 4,90 km/s. Les deux types d'ondes sont produits à partir du même moment, à partir de l'épicentre du séisme. À quelle distance de l'épicentre les instruments de mesure se trouvent-ils?

2.2 LES ONDES PROGRESSIVES SINUSOÏDALES

2.3 Question : Comparaison solution ►

Soit trois ondes sinusoïdales dont les fonctions d'onde sont :

1) $y = 4\sin(2x + 60t + \pi)$;
2) $y = 3\sin\left(0{,}5x - 40t + \frac{\pi}{2}\right)$;
3) $y = 8\sin\left(5x + 50t - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Les unités sont les mêmes pour les trois équations.

a) Laquelle présente l'amplitude la plus élevée?
b) Laquelle présente la plus courte longueur d'onde?
c) Laquelle présente la vitesse de propagation la plus élevée?
d) Laquelle présente la période la plus courte?
e) Laquelle (ou lesquelles) se déplacent vers l'axe x négatif?

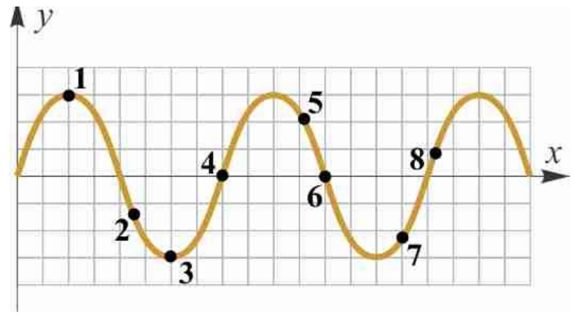
2.4 Question : Sans calculatrice solution ►

Une onde est décrite par $y = 2\sin(2x + 2t)$, (en mètres et en secondes). Sans calculatrice, déterminez l'état (positive, négative ou nulle) de chacune des valeurs suivantes :

a) La vitesse de l'onde;
b) La vitesse d'un point de la corde à $x = 0$ à $t = 0$;
c) La hauteur d'un point de la corde à $x = 0$ à $t = 0$.

2.5 Question : À vue d'œil solution ►

Soit l'image suivante représentant une onde progressive sinusoïdale se déplaçant vers la droite.



Déterminez le ou les points de la corde répondant aux critères suivants :

a) La vitesse est orientée vers le bas;
b) La vitesse est orientée vers l'avant;
c) La position est négative et la vitesse positive;
d) L'accélération est dirigée vers le haut et la vitesse est négative;
e) La vitesse est nulle et l'accélération positive;
f) Le point est à la position centrale de ses oscillations et l'accélération est positive.

2.6 Exercice : Longueur d'onde solution ►

Quelle est la longueur d'onde d'une onde progressive dont la fréquence angulaire est 48,9 rad/s et se propageant à 224 m/s?

2.7 Exercice : Propriétés des ondes en ligne

Essayez ces exercices en ligne pour vérifier si vous maîtrisez les propriétés des ondes progressives.

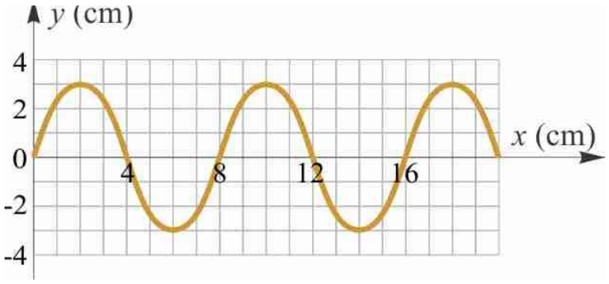
2.8 Exercice : Équation d'onde solution ►

Une onde sinusoïdale dont l'amplitude est de 2,45 cm présente une longueur d'onde de 19,2 cm dans un milieu où les ondes se propagent à 2,70 m/s vers les x négatif. Écrivez l'équation décrivant cette onde, en considérant une constante équivalente à un demi-cycle.

2.1-a) Long. — b) Trans. — c) Pas une onde prog. — d) Mixtes — e) Trans. — f) Trans. — g) Long. — **2.2**- d = 139 km
2.3- a) #3 — b) #3 — c) #2 — d) #1 — e) #1 et #3 — **2.4**- a) $v < 0$ — b) v = 4 m/s — c) $y = 0$ — **2.5**- a) #4, #7 et #8 — b) Ø — c) #2 — d) #7 — e) #3 — f) Ø
2.6- λ = 28,8 m — **2.7** — **2.8**- $y = 2{,}45\sin(0{,}327x+88{,}4t+\pi)$

2.9 Exercice : Photo [solution ▶]

Soit une corde dont une photo à $t = 0{,}550$ s produit la vue suivante :



Sachant qu'à t = 0,750 seconde, la corde reprend la même position pour la première fois après s'être déplacée vers la droite, écrivez la fonction d'onde de l'onde qui parcourt cette corde.

2.10 Exercice : Tracer la courbe [solution ▶]

Une certaine onde progressive obéit à l'équation $y = 2{,}21 \sin\left(3{,}50x + 41{,}3t + \frac{\pi}{2}\right)$ (en centimètres et en secondes). Déterminez :

a) La longueur d'onde;
b) L'amplitude;
c) La hauteur y du milieu de propagation à $x = 0$ à $t = 0$;
d) La fréquence de l'onde;
e) Illustrez cette onde pour apercevoir au moins 2 cycles complets à partir de $x = 0$, pour l'instant $t = 0$.

2.11 Exercice : Accélération [solution ▶]

Une onde progressive obéit à l'équation $y = 0{,}250 \sin(1{,}70x + 110t)$ (en centimètres et en secondes). Déterminez :

a) La vitesse de l'onde;
b) La vitesse d'un point de la corde situé à $x = 5{,}00$ cm, à $t = 2{,}00$ s;
c) L'accélération du même point de la corde au même instant.
d) Écrivez l'équation de l'accélération correspondant à cette onde.

2.12 Exercice : Molécules [solution ▶]

Lors de la propagation du son, l'onde se propageant est une onde longitudinale, alors que les molécules des gaz de l'air se déplacent dans le même axe que la propagation de l'onde. La fonction d'onde peut donc avoir exactement la même forme. Si une onde sonore obéit à l'équation $\Delta x = 2{,}20\ \mu\text{m} \cdot \sin(8{,}15\ \text{m}^{-1} \cdot x + 2765\ \text{s}^{-1} \cdot t)$, trouvez :

a) La fréquence de l'onde sonore;
b) La longueur d'onde de l'onde;
c) La vitesse de propagation de l'onde;
d) La vitesse maximale d'une molécule remuée par le passage de l'onde;
e) L'accélération maximale d'une molécule.

2.3 LA VITESSE DES ONDES SUR UNE CORDE

2.13 Exercice : Tension [solution ▶]

On attache entre deux points fixes une corde de 4,23 m donc la masse est de 18,2 g. On fait en sorte que la tension dans la corde est de 87,0 N.

a) À quelle vitesse se propagera une onde transversale le long de cette corde?
b) Quelle devrait être la tension pour que la vitesse de propagation double?

2.14 Exercice : Corde verticale [solution ▶]

On fait une expérience consistant à déterminer la masse d'un objet en le suspendant à une corde aux propriétés connues et en évaluant la note (la fréquence) des ondes produites par la corde en la pinçant. Avec une corde dont la masse linéique est de 0,500 g/m, on trouve une fréquence de vibration de 182 Hz lorsque la corde mesure 93,5 cm entre le point d'attache et l'objet. Quelle est la masse de cet objet? (Indice : la corde entière correspond à une demi-longueur d'onde.)

2.15 Exercice : Transport d'énergie [solution ▶]

On veut produire sur une corde de 4,25 g/m des ondes ayant une amplitude de 5,00 cm. Si la tension dans cette corde est de 33,0 N et qu'on l'excite à une fréquence de 47,5 Hz, quelle énergie transportera-t-elle durant un délai de 5,00 secondes?

2.16 Exercice : Tennis [solution ▶]

Le câble d'un filet de tennis a un diamètre de 4,50 mm, et il supporte une tension de 1,50 kN. L'acier qui compose le câble a une masse volumique de 7200 kg/m³. Durant les compétitions, des chasseurs de balles, accroupis aux extrémités du filet, mettent leur doigt sur le câble pour détecter un contact de la balle avec le filet lors du service. Si une balle frôle le filet au centre du terrain, combien de temps met l'impulsion pour se rendre jusqu'à une extrémité du filet, à 5,03 m du centre, afin qu'elle soit détectée?

2.17 Exercice : Communication [solution ▶]

Dans une expérience, on réalise un système de communication rudimentaire en installant entre deux maisons un fil métallique tendu. Le fil installé mesure 43,5 m. Une impulsion prend 1,20 s pour parcourir la distance lorsqu'on pince le câble à l'une de ses extrémités. Avant l'installation, on a déterminé que la portion du câble entre les deux crochets a une masse de 7,60 kg. Quelle est la tension dans le câble?

2.18 Exercice : Le mécanisme [solution ▶]

Dans le but de transmettre de l'énergie à un mécanisme expérimental, on utilise une corde d'une masse linéique de 8,41 g/m qu'on excite à une fréquence de 60,0 Hz avec une amplitude de 10,5 mm. Quelle tension doit-on appliquer dans la corde pour transmettre 5,00 J d'énergie à chaque seconde?

2.19 Exercice : Deux câbles [solution ▶]

Deux câbles A et B faits d'un même matériau ont des diamètres différents tels que $d_A = 2d_B$. On les excite transversalement avec la même amplitude à la même fréquence et ils portent la même tension.

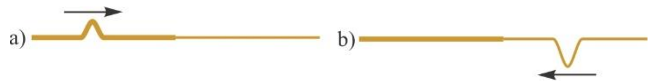
a) Quel est le rapport des vitesses v_A/v_B des ondes sur les deux câbles?
b) Quel est le rapport des puissances P_A/P_B portées par les deux câbles?

2.9- $y = 3 \sin((\pi/4)x - 31{,}4t + 4{,}71)$ — **2.10**- a) $\lambda = 1{,}80$ cm — b) $A = 2{,}21$ cm — c) $y = 2{,}21$ cm — d) $f = 6{,}57$ Hz — e)… — **2.11**- a) $v = 0{,}647$ m/s — b) $v = -18{,}4$ cm/s — c) $a = -22{,}4$ m/s — d) $a = -3025 \sin(1{,}70x + 110t)$ — **2.12**-a) $f = 440$ Hz — b) $\lambda = 0{,}771$ m — c) $v = 339$ m/s — d) $v_{max} = 6{,}08 \times 10^{-3}$ m/s — e) $a_{max} = 16{,}8$ m/s² — **2.13**- a) $v = 142$ m/s — b) $F = 348$ N — **2.14**- $m = 5{,}90$ kg — **2.15**- $E = 208$ J — **2.16**- $\Delta t = 0{,}0439$ s — **2.17**- $F = 230$ N — **2.18**- $F = 48{,}4$ N — **2.19**- a) $v_A/v_B = 1/2$ — b) $P_A/P_B = 2$

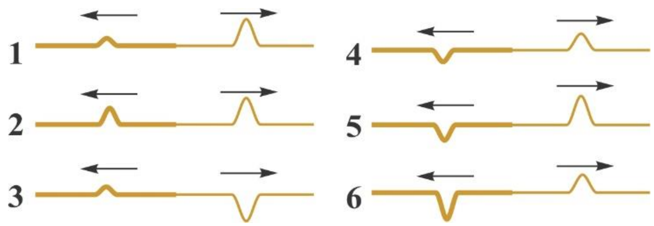
2.4 RÉFLEXION ET TRANSMISSION

2.20 Question : Réflexion solution ▶

Soit les deux impulsions suivantes qui approchent de la jonction entre deux cordes de masses linéiques différentes :



Déterminez parmi les choix suivant lequel correspond à la configuration de la corde après que l'impulsion ait rencontré la jonction.



2.21 Exercice : Écho solution ▶

Deux cordes de 4,00 m sont reliées ensemble et attachées à deux points fixes distants de 8,00 m. Leurs masses linéiques respectives sont de 2,75 g/m et 4,10 g/m, et la tension entre les deux extrémités est de 54,5 N. À l'extrémité fixe de la corde la plus mince, on produit une impulsion qui se propage dans la corde (à *t* = 0). À quel instant chacune des extrémités recevra l'impulsion après les réflexion et transmission au point de jonction?

2.5 LA SUPERPOSITION DES ONDES

2.22 Exercice : Addition d'ondes solution ▶

Soit deux ondes parcourant la même corde en sens opposés :

$$y_1 = 3{,}25\sin(4{,}20x + 110t + \pi),$$
$$y_2 = 3{,}75\sin\left(2{,}00x - 200t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Les distances sont en centimètres et le temps en secondes. Quelle est la position de la corde à *x* = 35,0 cm à *t* = 2,50 s?

2.23 Question : Déphasage solution ▶

Deux ondes de même fréquence et même amplitude atteignent un même point à partir de sources différentes. Déterminez le déphasage entre les ondes et indiquez le type d'interférence observé. (Donnez une réponse entre 0 et 2π.)

a) $y_1 = 3{,}25\sin(4{,}20x + 110t)$
$y_2 = 3{,}25\sin(4{,}20x + 110t + \pi)$

b) $x_1 = 2\sin\left(1{,}50x + 7{,}5t + \frac{\pi}{2}\right)$
$x_2 = 2\sin\left(1{,}50x - 7{,}5t - \frac{\pi}{2}\right)$

c) $y_1 = 0{,}05\sin\left(8{,}83x + 45{,}0t - \frac{3\pi}{2}\right)$
$y_2 = 0{,}05\sin\left(8{,}83x + 45{,}0t + \frac{\pi}{5}\right)$

d) $y_1 = 2{,}80\sin(125x + 3{,}2\times10^5 t - 3\pi)$
$y_2 = 2{,}80\sin(125x + 3{,}2\times10^5 t - \pi)$

e) $z_1 = 3\cos(5x + 25t + 2{,}25)$
$z_2 = 3\cos(5x + 25t + 1{,}23)$

2.24 Exercice : Interférence solution ▶

Soit l'onde définie par $y_1 = 4{,}4\sin\left(9{,}50x - 4{,}45t + \frac{\pi}{4}\right)$. Écrivez l'équation d'une onde, de même amplitude et se déplaçant sur le même axe, qui produirait avec cette onde :

a) De l'interférence constructive;
b) De l'interférence destructive.

2.25 Exercice : Amplitude solution ▶

Déterminez l'amplitude des oscillations produites par l'interférence entre les deux ondes suivantes :

$$y_1 = 0{,}175\sin\left(8{,}50x + 2{,}0t - \frac{3\pi}{2}\right),$$
$$y_2 = 0{,}175\sin\left(8{,}50x + 2{,}0t + \frac{\pi}{5}\right),$$

où les distances sont en mètres et le temps en secondes.

2.6 LES ONDES STATIONNAIRES

2.26 Question : Onde stationnaire solution ▶

Une onde stationnaire est définie par l'équation $y = 30{,}0\sin(5{,}00x)\cos(30{,}5t)$, en centimètres et en secondes.

a) Quelle distance sépare un nœud d'un ventre voisin?
b) Quel est le module de la vitesse des ondes formant cette onde stationnaire?
c) Quelle est la vitesse maximale d'un point de la corde situé à *x* = 1,50 mm?
d) Quelle est la vitesse maximale d'un point situé vis-à-vis un nœud?

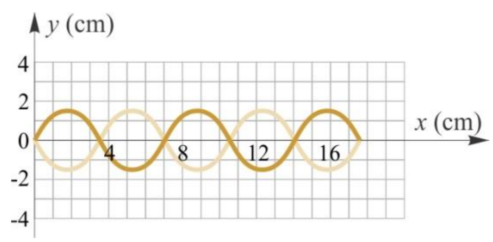
2.27 Exercice : Nœuds et ventres solution ▶

La longueur d'une corde fixée à ses deux extrémités est 2,5λ et oscille en résonance à *f* = 75,0 Hz. Sa densité linéique est 2,40 g/m.

a) Combien de nœuds et de ventres contient la corde d'un bout à l'autre?
b) Quelle est la tension dans cette corde si elle mesure 1,65 m?

2.28 Exercice : Graphique solution ▶

Soit la figure suivante représentant une onde stationnaire sur une corde :



Si on observe que la corde passe par la position droite 5 fois par seconde, écrivez l'équation de la position *y*(*x*, *t*) de cette onde stationnaire.

2.29 Question : Où sont les nœuds solution ▶

Une corde résonante de 1,20 m oscille dans son 3e mode. Donnez la position de tous les nœuds, à partir de l'une des extrémités.

2.30 Exercice : Mode inconnu solution ▶

Une corde le longueur *L* et en résonance présente un nœud à *x* = *L*/4 et présente aussi un ventre à 7*L*/16.

a) Quel est le mode de résonance le plus bas qui peut présenter ces caractéristiques?
b) Si la distance entre les deux points décrits est de 12,7 cm, quelle est la longueur d'onde?
c) Si cette corde est parfaitement droite à toutes les 0,240 s, déterminez la vitesse de l'onde dans la corde.

2.31 Exercice : Guitare solution ▶

Une corde de guitare oscille dans son mode fondamental à une fréquence de 185 Hz. L'onde s'y propage à 125,8 m/s. Quelle est la longueur de cette corde?

2.20- a) #1 — b) #4 — **2.21**- $\Delta t_{réfl}$ = 0,0568 s — Δt_{trans} = 0,0631 s — **2.22**- *y* = –6,24 cm — **2.23**- a) $\Delta\Phi$ = π rad — b) $\Delta\Phi$ = -π rad — c) $\Delta\Phi$ = 1,7π rad — d) $\Delta\Phi$ = 2π rad — e) $\Delta\Phi$ = -1,02 rad — **2.24**- a) *y* = 4,4 sin(9,50*x*+4,45*t*+π/4) — b) *y* = 4,4 sin(9,50*x*+4,45*t*+5π/4) — **2.25**- $A_{rés}$ = 0,312 m — **2.26**- a) *d* = 0,314 m — b) *v* = 6,10 cm/s — c) v_{max} = 624 cm/s — d) v_{max} = 0 — **2.27**- a) 6 nœuds et 5 ventres — b) *F* = 5,88 N — **2.28**- *y*(*x*,*t*) = 1,5 sin(0,898*x*)cos(5π*t*) — **2.29**- 0 m, 0,40 m, 0,80 m, 1,20 m — **2.30**- a) n = 8 — b) λ = 16,9 cm — c) *v* = 35,3 cm/s

2.32 Exercice : La solution ►

Une corde en résonance produit simultanément plusieurs notes. La note la plus grave entendue correspond à une fréquence de 220 Hz (la note « la »). Quelles sont les trois fréquences suivantes (plus élevées) auxquelles une note est produite par cette corde?

2.33 Exercice : Masse inconnue solution ►

On suspend une masse inconnue à une corde de 75,0 cm et on la frappe de manière à la faire vibrer dans son 2^{e} mode. On observe alors que la fréquence de résonance est de 35,6 Hz. Si cette corde a une masse linéique de 1,05 g par mètre, quelle est la valeur de la masse suspendue?

2.34 Exercice : Plus aigu solution ►

Une corde oscille dans son 4^{e} mode de résonance. Quand on augmente de 200 Hz sa fréquence d'oscillation, elle oscille dans son 5^{e} mode.

a) Quelle était la fréquence initiale de résonance de la corde?

b) Si la corde mesure 49,0 cm, déterminez la vitesse de l'onde sur cette corde.

c) Quelle est la fréquence fondamentale de cette corde?

2.31 - L = 0,340 m — **2.32** - f_2 = 440 Hz, f_3 = 660 Hz, f_4 = 880 Hz — **2.33** - m = 76,3 g — **2.34** - f_4 = 800 Hz — b) v = 196 m/s — c) f_1 = 200 Hz

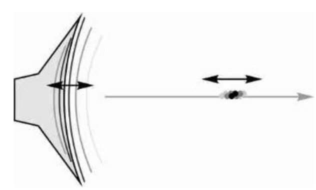
CH 2 LES ONDES

2.1 LES TYPES D'ONDES

2.1 Solution : Types d'ondes retour à la question ▲

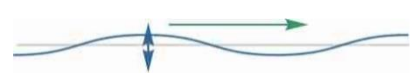
a) Onde longitudinale.

La membrane du haut-parleur pousse l'air vers l'avant et se retire ensuite vers l'arrière en entraînant l'air avec elle. Ce mouvement est dans le même axe que la trajectoire du son vers nos oreilles.



b) Onde transversale.

Pour une corde fixe comme une corde d'instrument de musique, l'onde parcourt la corde à partir du point d'où elle est excitée. Cette excitation est dans tous les cas d'instruments un déplacement transversal d'un point de la corde, déplacement qui se propage avec l'onde le long de la corde.

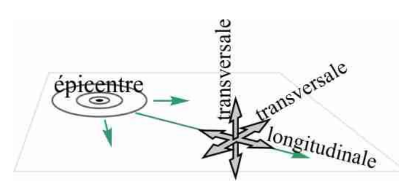


c) Ce n'est pas une onde progressive.

La masse oscille autour d'une position d'équilibre, mais il n'y a pas de « propagation » de cette oscillation dans un milieu étendu. Ce n'est donc pas une onde. Le mouvement de la masse est un mouvement harmonique, mais si un seul point oscille, il n'y a pas de « milieu » pour porter l'onde et la propager.

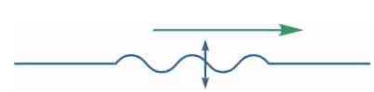
d) Ondes mixtes.

Les ondes se propageant à la surface du sol sont longitudinale si elles produisent des oscillations orientées avec la direction de l'épicentre. Elles seront par contre nécessairement transversales si elles sont verticales. Aussi, le plan horizontal peut aussi porter des ondes transversales si le mouvement de vibration du sol est perpendiculaire à la direction de l'épicentre.



e) Onde transversale.

Les vagues (ondes) se propagent horizontalement le long de la surface de l'eau, alors que les points de la surface oscillent verticalement au passage de l'onde (déplacement transversal).



f) Impulsion transversale.

La vague (impulsion unique car il ne s'agit pas d'un mouvement continu régulier) se propage le long des gradins, alors que le mouvement observé (les partisans qui se lèvent et lèvent les bras) n'est pas dirigé le long des gradins, mais vertical, donc transversal.

g) Impulsion longitudinale.

Dans une queue leu leu droite, l'impulsion produite par l'avance d'un pas par chacun se propage le long de la file, et le pas effectué par chacun est également orienté parallèlement à cette file, donc longitudinal.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.2 Solution : Séisme retour à la question ▲

d = 139 km

Il s'agit d'un problème de cinématique à deux « mobiles » (les deux types d'ondes). Les deux ondes partent du même point en même temps, mais puisqu'elles se déplacent à des vitesses différentes (vitesses constantes), elles atteignent le point étudié à des moments différents. L'équation de cinématique liant la distance parcourue et la vitesse de l'onde est :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\underbrace{a}_{=0} t^2 \quad \rightarrow \quad d = x - x_0 = vt$$

Pour les deux ondes (P et S), la distance parcourue est la même et les temps de parcours différents pour chacune :

$$d = v_P t_P \qquad (1)$$

$$d = v_S t_S \qquad (2)$$

Enfin, la différence entre les temps de parcours est le délai donné dans l'énoncé : $t_S - t_P = 11{,}4\ \mathrm{s}$ (le temps t_S est nécessairement plus grand puisque les ondes S se déplacent moins vite). On a donc un système de 3 équations à 3 inconnues. On peut isoler le temps dans les équations (1) et (2) :

$$t_P = \frac{d}{v_P}$$

$$t_S = \frac{d}{v_S}$$

Remplaçons les temps t_P et t_S dans la troisième équation et résolvons :

$$t_S - t_P = \frac{d}{v_S} - \frac{d}{v_P} \quad = \quad 11{,}4\ \mathrm{s}$$

$$\left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right) \times d = 11{,}4\ \mathrm{s}$$

$$d = \frac{11{,}4\ s}{\left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right)} \quad = \quad \frac{11{,}4\ \mathrm{s}}{\left(\frac{1}{4\,900\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} - \frac{1}{8\,200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right)} \quad = \quad 1{,}39 \times 10^5\ \mathrm{m} \quad = \quad \mathbf{139\ km}$$

retour à la question ▲

2.2 LES ONDES PROGRESSIVES SINUSOÏDALES

2.3 Solution : Comparaison retour à la question ▲

a) L'onde 3)

Le coefficient du sinus représente l'amplitude de l'onde. L'onde 3) a la plus grande amplitude : 8 > 4 > 3.

b) L'onde 3)

L'information de la longueur d'onde est contenue dans le nombre d'onde k de l'argument du sinus (coefficient de x). Puisque $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, la longueur d'onde la plus courte correspond au nombre d'onde k le plus grand : 5 > 2 > 0,5.

c) L'onde 2)

La vitesse de propagation d'une onde, dans sa forme la plus commune, est donnée par $v = \lambda f$. Les équations d'onde ne contiennent ni λ ni f, mais à partir de k et ω, on a :

$$v = \lambda f \quad = \quad \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \quad = \quad \frac{\omega}{k}$$

Pour les trois ondes, on a :

$$v_1 = \frac{\omega_1}{k_1} \quad = \quad \frac{60}{2} \quad = \quad 30 \qquad\qquad v_2 = \frac{\omega_2}{k_2} \quad = \quad \frac{40}{0{,}5} \quad = \quad 80 \qquad\qquad v_3 = \frac{\omega_3}{k_3} \quad = \quad \frac{50}{5} \quad = \quad 10$$

Les unités inconnues sont les mêmes pour les trois vitesses et ne sont donc pas un critère dans la comparaison. La vitesse de l'onde 2) est la plus élevée.

d) L'onde 1)

L'information de la période est contenue dans la fréquence angulaire ($2\pi/T$), connue pour chaque équation :

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad = \quad \frac{2\pi}{60} \quad = \quad \frac{\pi}{30} \qquad\qquad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \quad = \quad \frac{2\pi}{40} \quad = \quad \frac{\pi}{20} \qquad\qquad T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} \quad = \quad \frac{2\pi}{50} \quad = \quad \frac{\pi}{25}$$

On ne peut assumer assurément que les unités sont des secondes puisqu'il n'est pas mentionné quelles sont les unités de temps des vitesses angulaires, mais les unités étant les mêmes dans les trois cas, la comparaison demeure la même, et la période de l'onde 1) est la plus courte.

e) Les ondes 1) et 3)

Une onde progressive se déplace vers x positif lorsqu'elle est de la forme $y = A\sin(kx - \omega t + \phi)$. Les ondes 1) et 3) présentent plutôt un terme « ωt » additionné, et se déplacent donc vers x négatif.

retour à la question ▲

2.4 Solution : Sans calculatrice retour à la question ▲

a) La vitesse est négative.

Puisqu'on trouve le terme $+2t = +\omega t$, la vitesse est négative en raison de l'addition de ωt.

b) v = 4 m/s

On dérive l'équation de la position pour obtenir l'équation de la vitesse :

$$y = A\sin(kx \mp \omega t + \phi) \qquad \rightarrow \qquad v = \mp\omega A\cos(kx - \omega t + \phi)$$

En l'occurrence, l'équation de la vitesse est $v = +2 \times 2\cos(2x + 2t + 0)$. Si x = 0 à t = 0, cette équation devient :

$$v = 4\cos(0) \quad = \quad \mathbf{4\,\frac{m}{s}}$$

c) y = 0

On peut calculer très facilement la valeur y à partir de l'équation fournie si x = 0 à t = 0 :

$$y = 2\sin(2x + 2t) \quad = \quad 2\sin(0) \quad = \quad \mathbf{0}$$

retour à la question ▲

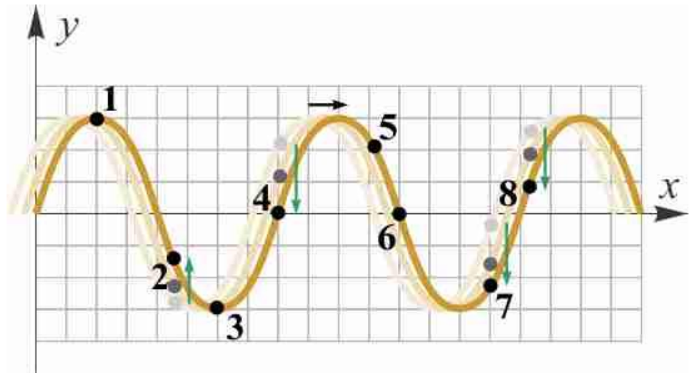
retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.5 Solution : À vue d'oeil retour à la question ▲

a) Les points 4, 7 et 8.

Puisque l'onde se déplace vers la droite, les points 4, 7 et 8 sont ceux qui se trouvent derrière un sommet qui vient de les rencontrer. Ils tombent vers le bas après le passage d'un sommet (voir figure ci-contre).



b) Aucun point.

L'onde se déplace vers l'avant, mais tous les points de la corde ne subissent qu'un mouvement vertical.

c) Le point 2.

Parmi les points sous l'axe horizontal (position négative), le point 2 est le seul qui se déplace vers le haut, soulevé à l'approche d'un sommet (ce sommet se déplace vers la droite vers le point 2) (voir figure ci-contre).

d) Le point 7.

Parmi les points 4, 7 et 8 qui se déplacent vers le bas, (vitesse négative), un seul a une accélération vers le haut (positive). Le point 7 est celui qui se déplace de moins en moins vite vers le bas, car un creux de l'onde approche de sa position et le point 7 doit ralentir sa descente avant de s'immobiliser et remonter. Le point 4 se trouve quant à lui au seul endroit où l'accélération est momentanément nulle, et le point 8 accélère vers le bas car il est dans la première moitié de sa chute après le passage d'un sommet.

e) Le point 3.

Les points 1 et 3 sont les deux seuls où la vitesse est nulle (ils se sont immobilisés momentanément avant d'inverser leur mouvement. Le point 3 est celui qui vient de terminer sa descente et s'apprête à remonter. Sa vitesse négative deviendra positive, ce qui représente une accélération positive.

f) Aucun point.

Au moment où un point de la corde est à sa position centrale, son accélération est nulle ($a = -\omega^2 x$), entre la phase où l'accélération est positive et la phase ou l'accélération est négative.

retour à la question ▲

2.6 Solution : Longueur d'onde retour à la question ▲

λ = 28,8 m

La longueur d'onde est liée à la vitesse de l'onde et à la fréquence par $v = \lambda f$, et la fréquence peut être connue à partir de la fréquence angulaire par $\omega = 2\pi f$. Donc :

$$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi \times 224\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{48{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = \mathbf{28{,}8\ m}$$

retour à la question ▲

2.7 Solution : Propriétés des ondes en ligne retour à la question ▲

Exercices en ligne

retour à la question ▲

2.8 Solution : Équation d'onde

retour à la question ▲

$y = 2{,}45 \times \sin(0{,}327x + 88{,}4t + \pi)$ (en centimètres et en secondes)

L'équation d'onde est de la forme $y = A\sin(kx - \omega t + \phi)$. L'amplitude A est donnée directement : $A = 2{,}45$ cm.

La longueur d'onde permet de déterminer le nombre d'onde k :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{19{,}2\ \text{cm}} = 0{,}327\ \text{cm}^{-1}.$$

La vitesse de propagation est liée à la fréquence angulaire entre autres par :

$$v = \frac{\omega}{k} \quad \rightarrow \quad \omega = vk = 270\ \tfrac{\text{cm}}{\text{s}} \times 0{,}327\ \text{cm}^{-1} = 88{,}4\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

La constante de phase équivalente à un demi-cycle vaut ±π (la moitié d'un cycle de 2π).

Finalement, la vitesse étant orientée vers les x négatif, on trouve :

$$y = A\,sin(kx - \omega t + \phi) = \mathbf{2{,}45 \times \sin(0{,}327x + 88{,}4t + \pi)}$$

retour à la question ▲

2.9 Solution : Photo

retour à la question ▲

$y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x - 31{,}4t + 4{,}71\ \text{rad}\right)$ (en centimètres et en secondes)

On peut déterminer les paramètres de l'équation d'onde de la forme $y = A\sin(kx \mp \omega t + \phi)$. À partir du graphique et de ses graduations, on trouve l'amplitude directement à partir de la position des sommets ou des creux par rapport à $y = 0$, donc $A = 3$ cm.

Le nombre d'onde se trouve entre autres à partir de la longueur d'onde, elle-même identifiable sur le graphique, par exemple via la distance entre deux sommets consécutifs : $\lambda = 8$ cm. Le nombre d'onde est alors :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8\ \text{cm}} = \mathbf{\frac{\pi}{4}\ cm^{-1}}.$$

La fréquence angulaire ω est liée à la période par $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et la période est donnée directement dans l'énoncé par le délai entre deux positions identiques de la corde : $T = 0{,}750\ \text{s} - 0{,}550\ \text{s} = 0{,}200\ \text{s}$:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}200\ \text{s}} = \mathbf{31{,}4\ \tfrac{rad}{s}}$$

Finalement, la constante de phase exige certains calculs. Puisque l'on connaît la position de la corde à $t = 0{,}550$ s, on peut calculer la constante de phase à partir de tous les paramètres déjà identifiés. Choisissons un sommet de la courbe comme point connu, ce qui évitera l'ambiguïté de la double solution d'un sinus inverse, soit le point $x = 2$ cm, $y = 3$ cm :

$$y = A\,sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\phi = sin^{-1}\left(\frac{y}{A}\right) - kx + \omega t = \sin^{-1}\left(\frac{3\ \text{cm}}{3\ \text{cm}}\right) - \frac{\pi}{4}\ \text{cm}^{-1} \times 2\ \text{cm} + 31{,}4\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0{,}550\text{s} = 17{,}3\ \text{rad}$$

On peut garder telle quelle cette valeur de constante de phase, mais on peut aussi la modifier pour qu'elle soit comprise entre 0 et 2π. Si on soustrait 2 cycles complets, soit 2×2π, on obtient :

$$17{,}3\ \text{rad} - 2 \times 2\pi = \mathbf{4{,}71\ rad}$$

Finalement, l'équation d'onde complète est :

$$y = A\,sin(kx \mp \omega t + \phi) = \mathbf{3\sin\left(\frac{\pi}{4}x - 31{,}4t + 4{,}71\ rad\right)},$$

avec une soustraction du terme ωt car l'onde se déplace vers la droite.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.10 Solution : Tracer la courbe retour à la question ▲

a) λ = 1,80 cm

La longueur d'onde peut se calculer à partir du nombre d'onde k = 3,50 cm^{-1} :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3{,}50\ \text{cm}^{-1}} = \mathbf{1{,}80\ cm}$$

b) A = 2,21 cm

L'amplitude est directement contenue dans l'équation : A = 2,21 cm.

c) y = 2,21 cm

On doit solutionner l'équation pour les positions x et instant donnés :

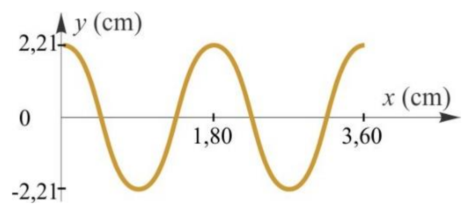
$$y = 2{,}21 \sin\left(3{,}50 \times 0 + 41{,}3 \times 0 + \frac{\pi}{2}\right) = 2{,}21 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \mathbf{2{,}21\ cm}$$

d) f = 6,57 Hz

La fréquence f de l'onde est liée à la fréquence angulaire ω contenue dans l'équation :

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{41{,}3\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = 6{,}57\ \text{s}^{-1} = 6{,}57\ \text{Hz}$$

e)



Pour tracer la courbe avec un minimum d'informations, utilisons la constante de phase, la longueur d'onde et l'amplitude. Lorsque l'onde se déplace vers la gauche (car l'équation contient « $+\omega t$ »), la constante de phase de $+\pi/2$ indique un décalage vers la gauche de la courbe sinusoïdale d'un quart de cycle. Au lieu d'un croisement d'axe à x = 0, on trouvera donc un sommet.

La longueur d'onde nous indique ensuite à quelle distance l'un de l'autre on trouve les sommets suivants (à 1,80 cm l'un de l'autre).

Finalement, l'amplitude A = 2,21 cm indique directement les dimensions verticales de la courbe sur un tracé $y(x)$.

retour à la question ▲

2.11 Solution : Accélération retour à la question ▲

a) v = 0,647 m/s

Les paramètres k et ω de l'équation permettent de trouver la vitesse car :

$$v = \lambda f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{110\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{1{,}70\ \text{cm}^{-1}} = 64{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = \mathbf{0{,}647\ \frac{m}{s}}$$

b) v = −18,4 cm/s

La vitesse d'un point de la corde est donnée par la dérivée de l'équation de la position, pour l'instant indiqué :

$$y = A\sin(kx - \omega t + \phi) \rightarrow v = \frac{d}{dt}y = \frac{d}{dt}A\sin(kx \mp \omega t + \phi) = \mp\,\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)$$

Puisque le signe variable dans l'argument est un « + », le signe devant le terme entier sera également « + » :

$$v = +\omega A\cos(kx + \omega t + \phi)$$

$$v = +110\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0{,}250\ \text{cm} \times \cos\left(1{,}70\ \frac{\text{rad}}{\text{cm}} \times 5{,}00\ \text{cm} + 110\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 2{,}00\ \text{s}\right) = \mathbf{-18{,}4\ \frac{cm}{s}}$$

c) a = −22,5 m/s²

L'accélération d'un point de la corde est donnée par la dérivée de l'équation de la vitesse, pour l'instant indiqué :

$$v = \mp\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d}{dt}v = \frac{d}{dt}\left(\mp\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)\right) = \pm\,\omega^2 A\sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

Attention au signe devant l'expression entière. Pour l'accélération, il est inverse au signe dans l'argument. Comme on a déterminé en b) que le signe dans la parenthèse était un « + », celui à l'extérieur sera un « – » :

$$a = -\omega^2 A\, sin(kx + \omega t + \phi)$$

$$a = -\left(110\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times 0{,}250\ \text{cm} \times \sin\left(1{,}70\ \frac{\text{rad}}{\text{cm}} \times 5{,}00\ \text{cm} + 110\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 2{,}00\ \text{s}\right) = \mathbf{-22{,}4\ \frac{m}{s^2}}$$

d) $a = -3025\sin(1{,}70x + 110t)$ (en centimètres et en secondes)

▲ retour à la question
▲ retour à la question

Telle qu'obtenue en c), l'équation de l'accélération est :

$$a = \pm\omega^2 A \sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$a = -\left(110\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times 0{,}250\text{ cm} \times sin\left(1{,}70\,\tfrac{\text{rad}}{\text{cm}}x + 110\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}t\right)$$

$$a = \mathbf{-3025 \times \sin(1,70x + 110t)} \qquad \text{en centimètres et en secondes}$$

retour à la question ▲

2.12 Solution : Molécules

retour à la question ▲

a) f = 440 Hz

La fréquence f de l'onde est liée à la fréquence angulaire ω, dont la valeur est contenue dans l'équation :

$$\omega = 2\pi f \qquad \rightarrow \qquad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2765\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = \mathbf{440\ Hz}$$

b) λ = 0,771 m

La longueur d'onde λ est liée au nombre d'onde k, dont la valeur est contenue dans l'équation :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{8{,}15\text{ m}^{-1}} = \mathbf{0,771\ m}$$

c) v = 339 m/s

Connaissant maintenant la fréquence et la longueur d'onde, on peut rapidement calculer la vitesse de l'onde :

$$v = \lambda f = 440\text{ Hz} \times 0{,}771\text{ m} = \mathbf{339\ \tfrac{m}{s}}$$

d) v_{max} = 6,08×10⁻³ m/s

La vitesse des molécules de l'air est donnée par la dérivée de l'équation de leur position :

$$\Delta x = A\,cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \frac{d}{dt}\Delta x = \frac{d}{dt}(\,A\sin(kx \mp \omega t + \phi)) = \mp\,\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$v = \mp\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi) = +\,2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \times (2{,}20 \times 10^{-6}\text{ m}) \times \cos\left(8{,}15\,\tfrac{\text{rad}}{\text{cm}} \cdot x + 2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$$

La vitesse maximale survient lorsque le cosinus est égal à 1, sans égard à la position et au temps. Ainsi :

$$v_{max} = 2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \times (2{,}20 \times 10^{-6}\text{ m}) \times 1 = \mathbf{6,08 \times 10^{-3}\ \tfrac{m}{s}}$$

e) a_{max} = 16,8 m/s²

L'accélération des molécules de l'air est donnée par la dérivée de l'équation de leur vitesse :

$$v = \mp\omega A\,cos(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d}{dt}v = \frac{d}{dt}(\mp\omega A\cos(kx \mp \omega t + \phi)) = \pm\,\omega^2 A\sin(kx \mp \omega t + \phi)$$

$$a = \pm\omega^2 A\sin(kx \mp \omega t + \phi) = -\left(2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times (2{,}20 \times 10^{-6}\text{ m}) \times \sin\left(8{,}15\,\tfrac{\text{rad}}{\text{cm}} \cdot x + 2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right)$$

L'accélération maximale survient lorsque le sinus est égal à 1, sans égard à la position et au temps. Ainsi :

$$a_{max} = \left(2\,765\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times (2{,}20 \times 10^{-6}\text{ m}) \times 1 = \mathbf{16,8\ \tfrac{m}{s^2}}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

Équations Sect 2.1, #1 à 2 Sect 2.2, #3 à 12 Sect 2.3, #13 à 19 Sect 2.4, #20 à 21 Sect 2.5, #22 à 25
Sect 2.6, #26 à 34

2.3 LA VITESSE DES ONDES SUR UNE CORDE

2.13 Solution : Tension retour à la question ▲

a) v = 142 m/s

La vitesse de l'onde sur la corde est liée à la tension et la masse linéique par :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \qquad \text{avec } \mu = \frac{m}{L}$$

Donc : $$v = \sqrt{\frac{F}{\left(\frac{m}{L}\right)}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{87{,}0\ \text{N} \times 4{,}23\ \text{m}}{0{,}0182\ \text{kg}}} = \mathbf{142\ \frac{m}{s}}$$

b) F = 348 N

On cherche la tension telle que $v = 284\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, avec la même corde (même masse et même longueur). Selon l'équation développée en a) :

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mv^2}{L} = \frac{0{,}0182\ \text{kg} \times \left(284\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{4{,}23\ \text{m}} = \mathbf{348\ N}$$

retour à la question ▲

2.14 Solution : Corde verticale retour à la question ▲

m = 5,90 kg

La masse de l'objet est liée à la tension dans la corde car celle-ci doit supporter le poids de l'objet :

$$mg = F_g = F_{corde} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F_{corde}}{g}$$

La tension dans la corde est par ailleurs liée à la vitesse des ondes qui la parcourent et à sa masse linéique par :

$$v = \sqrt{\frac{F_{corde}}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad F_{corde} = v^2\mu$$

Aussi, la vitesse des ondes est liée à la fréquence et la longueur d'onde :

$$v = \lambda f, \qquad \text{avec } \lambda = 2L, \qquad \text{donc : } \quad v = 2Lf$$

L'union de toutes ces équations entraîne :

$$m = \frac{F_{corde}}{g} = \frac{v^2\mu}{g} = \frac{(2Lf)^2\mu}{g} = \frac{4L^2f^2\mu}{g}$$

$$m = \frac{4L^2f^2\mu}{g} = \frac{4 \times (0{,}935\ \text{m})^2 \times (182\ \text{Hz})^2 \times \left(5{,}00 \times 10^{-4}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \mathbf{5{,}90\ kg}$$

retour à la question ▲

2.15 Solution : Transport d'énergie retour à la question ▲

E = 208 J

L'équation de la puissance transportée sur une corde est $P_{moy} = \frac{1}{2}\mu v\omega^2A^2$. L'amplitude A est donnée, ainsi que la masse linéique μ de la corde. La vitesse peut être exprimée en fonction de la tension et de la masse linéique ($v = \sqrt{F/\mu}$), et la fréquence angulaire en fonction de la fréquence ($\omega = 2\pi f$). Ainsi, la puissance peut s'exprimer par :

$$P_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu v\omega^2A^2 = \tfrac{1}{2}\mu\left(\sqrt{\frac{F}{\mu}}\right) \cdot (2\pi f)^2A^2 = 2\sqrt{F\mu}(\pi fA)^2$$

Finalement, l'énergie livrée par cette puissance durant un délai de 5,00 s est donnée par :

$$P_{moy} = \frac{E}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad E = P_{moy} \cdot \Delta t = 2\sqrt{F\mu}(\pi fA)^2 \times \Delta t$$

$$E = 2 \times \sqrt{33{,}0\ \text{N} \times 0{,}00425\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}} \times (\pi \times 47{,}5\ \text{Hz} \times 0{,}500\ \text{m})^2 \times 5{,}00\ \text{s} = \mathbf{208\ J}$$

retour à la question ▲

2.16 Solution : Tennis retour à la question ▲

Δt = 0,0439 s

Par cinématique, on trouvera le temps de parcours par l'onde d'une distance de 5,03 m. On doit donc déterminer la vitesse de l'onde, ce qu'on peut faire à partir de la tension du câble et de sa masse linéique. Cette masse linéique n'est pas donnée et doit plutôt être déduite à partir des propriétés du câble (la masse volumique ρ du matériau et les dimensions du câble) :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \text{avec :} \quad \mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L}$$

Pour le volume du câble (cylindrique), considérons la section dont on donne la longueur :

$$\mu = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho(\pi r^2 L)}{L} = \frac{\rho\left(\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 L\right)}{L} = \frac{\rho\pi d^2}{4}$$

La vitesse de l'onde est donc :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\left(\frac{\rho\pi d^2}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{4F}{\rho\pi d^2}}$$

Finalement, par cinématique :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi d^2}}} = \sqrt{\frac{\rho\pi d^2 \Delta x^2}{4F}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{7\,200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\times\pi\times(0{,}004\,50\text{ m})^2\times(5{,}03\text{ m})^2}{4\times 1\,500\text{ N}}} = \mathbf{0{,}0439\ s}$$

retour à la question ▲

2.17 Solution : Communication retour à la question ▲

F = 230 N

Par cinématique, le délai de parcours de l'onde et la longueur du fil permettent de déterminer la vitesse de l'onde, celle-ci étant également liée à la tension dans le fil et sa masse linéique :

$$v = \frac{L}{\Delta t} \qquad \text{et} \qquad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\left(\frac{m}{L}\right)}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

L'union des deux équations de la vitesse donne :

$$v = \frac{L}{\Delta t} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mL^2}{L\cdot\Delta t^2} = \frac{mL}{\Delta t^2} = \frac{7{,}60\text{ kg}\times 43{,}5\text{ m}}{(1{,}20\text{ s})^2} = \mathbf{230\ N}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.18 Solution : Le mécanisme retour à la question ▲

F = 48,4 N

On utilise l'équation de la puissance portée par une onde : $P_{moy} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$. Dans cette équation, la vitesse de l'onde et la fréquence angulaire doivent être exprimées en fonction de valeurs connues et de la tension *F* recherchée :

$$\omega = 2\pi f \qquad \text{et} \qquad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

L'équation de la puissance devient :

$$P_{moy} = \frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{\frac{F}{\mu}}\right)\cdot(2\pi f)^2 A^2 \quad = \quad 2\sqrt{F\mu}(\pi f A)^2$$

La puissance est directement celle donnée dans l'énoncé, car 5,00 J par seconde équivaut à 5,00 watts. Il ne reste donc qu'à isoler la tension *F* :

$$F = \frac{P_{moy}^2}{4\mu(\pi f A)^4} \quad = \quad \frac{(5{,}00\ \mathrm{W})^2}{4\times 0{,}008\,41\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}\times(\pi\times 60{,}0\ \mathrm{Hz}\times 0{,}010\,5\ \mathrm{m})^4} \quad = \quad \mathbf{48{,}4\ N}$$

retour à la question ▲

2.19 Solution : Deux câbles retour à la question ▲

a) $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}$

Développons d'abord l'expression de la vitesse en fonction des paramètres *d*, *f*, et *A* :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

où μ est lié au volume du câble (cylindre) et la masse volumique ρ du matériau.

$$\mu = \frac{m}{L} \quad = \quad \frac{\rho V}{L} \quad = \quad \frac{\rho\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 L}{L} \quad = \quad \frac{\rho\pi d^2}{4}$$

La vitesse peut donc s'exprimer :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\left(\frac{\rho\pi d^2}{4}\right)}} \quad = \quad \sqrt{\frac{4F}{\rho\pi d^2}} \quad = \quad \frac{1}{d}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}$$

Les tensions et masses volumiques étant les mêmes, le rapport des vitesses pour les câbles A et B sera :

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\frac{1}{d_A}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}}{\frac{1}{d_B}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}} \quad = \quad \frac{d_B}{d_A}$$

Sachant que $d_A = 2d_B$:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{d_B}{d_A} \quad = \quad \frac{d_B}{2d_B} \quad = \quad \mathbf{\frac{1}{2}}$$

b) $\frac{P_A}{P_B} = 2$

L'équation de la puissance portée par une corde est $P_{moy} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2$. La masse linéique diffère d'une corde à l'autre et s'exprime, tel que démontré en a), par

$$\mu = \frac{\rho\pi d^2}{4}.$$

La fréquence angulaire et l'amplitude sont des constantes, et la vitesse s'exprime en fonction du diamètre, tel que démontré en a), par :

$$v = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}.$$

Le rapport des puissances est donc :

retour à la question ▲
retour à la question ▲

Équations Sect 2.1, #1 à 2 Sect 2.2, #3 à 12 Sect 2.3, #13 à 19 Sect 2.4, #20 à 21 Sect 2.5, #22 à 25
Sect 2.6, #26 à 34

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{1}{2}\mu_A v_A \omega^2 A^2}{\frac{1}{2}\mu_B v_B \omega^2 A^2} = \frac{\mu_A v_A}{\mu_B v_B} = \frac{\left(\frac{\rho\pi d_A^2}{4}\times\frac{1}{d_A}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}\right)}{\left(\frac{\rho\pi d_B^2}{4}\times\frac{1}{d_B}\sqrt{\frac{4F}{\rho\pi}}\right)} = \frac{\left(\frac{d_A^2}{d_A}\right)}{\left(\frac{d_B^2}{d_B}\right)} = \frac{d_A}{d_B} = \frac{2d_B}{d_B} = \mathbf{2}$$

retour à la question ▲

2.4 RÉFLEXION ET TRANSMISSION

2.20 Solution : Réflexion retour à la question ▲

a) #1

L'impulsion transmise n'est jamais renversée et se trouvera au-dessus de la corde comme l'impulsion incidente. L'impulsion réfléchie, qui a rencontré une interface avec une corde plus légère, se comporte comme lors d'une réflexion molle, et n'est pas renversée.

Les choix 1 et 2 respectent ces conditions, mais l'amplitude de la portion réfléchie diffère. Puisqu'une partie de l'impulsion incidente est contenue dans l'impulsion transmise, l'impulsion réfléchie doit porter moins d'énergie, donc moins d'amplitude, que l'impulsion incidente. Le choix 1 respecte ce critère.

b) #4

L'impulsion transmise n'est jamais renversée et se trouvera en-dessous de la corde comme l'impulsion incidente. L'impulsion réfléchie, qui a rencontré une interface avec une corde plus lourde, se comporte comme lors d'une réflexion dure, et est renversée, donc au-dessus de la corde.

Les choix 4, 5 et 6 respectent ces conditions, mais on doit regarder les amplitudes pour choisir la bonne configuration. D'abord, l'impulsion réfléchie ne peut avoir autant d'énergie (autant d'amplitude) que l'impulsion incidente, car une portion de l'énergie est maintenant contenue dans l'impulsion transmise. Le choix 5 est donc écarté.

L'impulsion transmise ne peut pas non plus avoir autant d'énergie que l'impulsion incidente, donc pas la même amplitude; et ce surtout pas dans une corde plus lourde (la même amplitude dans une corde plus lourde signifierait plus d'énergie. On doit donc rejeter le choix 6 et le choix 4 est le seul qui respecte tous les critères.

retour à la question ▲

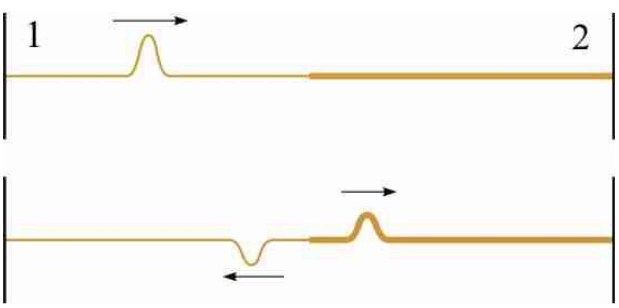
2.21 Solution : Écho retour à la question ▲

$\Delta t_{réfl}$ = 0,0568 s et Δt_{trans} = 0,0631 s

Par cinématique, la durée du parcours se trouvera à partir des distances et vitesses. On doit alors calculer la vitesse de propagation de l'onde dans chacune des deux cordes, puisque ces vitesses ne sont pas identiques. La tension étant la même :

$$v_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu_1}} \qquad \text{et} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{F}{\mu_2}}$$

Pour l'onde réfléchie, la vitesse est la même sur l'aller-retour dans la première corde 1. La durée est donc :



$$v = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow \Delta t_{réfl} = \frac{d}{v_1} = \frac{d}{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}} = d\cdot\sqrt{\frac{\mu_2}{F}} = (4\ \text{m} + 4\ \text{m}) \times \sqrt{\frac{0{,}002\ 75\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}}{54{,}5\ \text{N}}} = \mathbf{0{,}056\ 8\ s}$$

Pour la seconde corde, l'onde parcourt les deux sections de corde, avec les vitesses v_1 et v_2 respectivement :

$$\Delta t_{trans} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} = \frac{d_1}{\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}} + \frac{d_2}{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}} = d_1\sqrt{\frac{\mu_1}{F}} + d_2\sqrt{\frac{\mu_2}{F}}$$

Les deux segments ayant la même longueur et les tensions étant identiques, on peut simplifier l'équation et calculer la durée du parcours :

retour à la question ▲

$$\Delta t_{trans} = \frac{d_1}{\sqrt{F}}(\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}) = \frac{4\text{ m}}{\sqrt{54{,}5\text{ N}}} \times \left(\sqrt{0{,}002\,75\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}} + \sqrt{0{,}004\,10\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}}\right) = \mathbf{0{,}063\ 1\ s}$$

retour à la question ▲

2.5 LA SUPERPOSITION DES ONDES

2.22 Solution : Addition d'ondes retour à la question ▲

y = −6,24 cm

Pour connaître en un point l'effet du passage de deux ondes, on additionne simplement l'effet individuel de chacune des ondes. Ainsi, la hauteur y d'un point de la corde au passage des deux ondes décrites, au point x = 35,0 cm et à l'instant t = 2,50 s, est :

$$y = y_1 + y_2$$

$$y_1 = 3{,}25\sin(4{,}20x + 110t + \pi) = 3{,}25\sin(4{,}20 \times 35{,}0 + 110 \times 2{,}50 + \pi) = -2{,}78\text{ cm}$$

$$y_2 = 3{,}75\sin\left(2{,}00x - 200t + \frac{\pi}{2}\right) = 3{,}75\sin\left(2{,}00 \times 35{,}0 - 200 \times 2{,}50 + \frac{\pi}{2}\right) = -3{,}46\text{ cm}$$

Donc : $y = y_1 + y_2 = (-2{,}78\text{ cm}) + (-3{,}46\text{ cm}) = \mathbf{-6{,}24\ cm}$

retour à la question ▲

2.23 Solution : Déphasage retour à la question ▲

Le déphasage est la différence de phase entre les deux ondes : $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$. Puisque seules les constantes de phase diffèrent dans les équations en interaction, le déphasage se réduit à :

$$\Delta\Phi = (kx - \omega t + \phi_2) - (kx - \omega t + \phi_1) = \phi_2 - \phi_1$$

a) $\Delta\Phi = \pi$ rad ➔ Interférence destructive

$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = \pi - 0 = \boldsymbol{\pi}$ **rad**

Le déphasage étant un multiple demi-entier de 2π, l'interférence est destructive.

b) $\Delta\Phi = -\pi$ rad ➔ Interférence destructive

$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = \left(-\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = \boldsymbol{-\pi}$ **rad**

Le déphasage étant un multiple demi-entier de 2π, l'interférence est destructive. Par ailleurs, pour exprimer ce déphasage par une valeur comprise entre 0 et 2π, on ajoute un cycle complet (2π) à ce déphasage pour trouver une valeur équivalente :

$$-\pi + 2\pi = \pi$$

c) $\Delta\Phi = \frac{17\pi}{10}$ rad $= 1{,}7\pi$ rad ➔ Interférence intermédiaire

$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{\pi}{5} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{17\pi}{10}$ rad $= \mathbf{1{,}7\boldsymbol{\pi}\ rad}$

Le déphasage n'étant pas un multiple entier ni demi-entier de 2π, l'interférence est intermédiaire.

d) $\Delta\Phi = 2\pi$ rad ➔ Interférence constructive

$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = (-\pi) - (-3\pi) = (-\pi) + 3\pi = 2\pi$ rad $=$ **0 rad**

Le déphasage étant un multiple entier de 2π, l'interférence est constructive. Par ailleurs, si on veut exprimer le déphasage par une valeur la plus simple, on peut affirmer que $\Delta\Phi = 0$ rad car l'interférence produite est équivalente. Mais on aurait pu conserver $\Delta\Phi = 2\pi$ rad.

e) $\Delta\Phi = -1{,}02$ rad ➔ Interférence intermédiaire

$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = 1{,}23 - 2{,}25 = \mathbf{-1{,}02\ rad}$

Pour exprimer ce déphasage par une valeur comprise entre 0 et 2π (si c'était demandé), on ajoute un cycle complet (2π) à ce déphasage pour trouver une valeur équivalente :

$$-1{,}02\,rad + 2\pi\,rad = 5{,}26\,rad$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.24 Solution : Interférence retour à la question ▲

Plusieurs ondes pourraient produire de l'interférence constructive avec l'onde décrite, mais elle doit être de même fréquence et se déplacer à la même vitesse, ce qui fait que les coefficients k et ω doivent être les mêmes dans l'équation à développer. Aussi, en se déplaçant sur le même axe, la deuxième onde doit préférablement se déplacer en sens contraire sans quoi les deux ondes se confondent en une seule (mais techniquement les deux scénarios fonctionnent). Donc seule la constante de phase de la deuxième onde reste à déterminer.

a) $y = 4{,}4 \sin\left(9{,}50x + 4{,}45t + \frac{\pi}{4}\right)$ ou $y = 4{,}4 \sin\left(9{,}50x \pm 4{,}45t + \left(\frac{\pi}{4} + 2m\pi\right)\right)$, avec m = 0, ±1, ±2, …

Pour obtenir de l'interférence constructive, on cherche une constante de phase telle que sa différence avec celle de la première onde est un multiple entier de 2π :

$$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = 2m\pi \quad \rightarrow \quad \phi_2 = 2m\pi + \phi_1 \qquad \text{où : m} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

Le cas le plus simple se trouve lorsque m = 0 : $\phi_2 = 2 \times 0 \times \pi + \phi_1 = 2 \times 0 \times \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

L'équation qui représente le mieux une onde qui produirait de l'interférence constructive avec la première serait donc :

$$\boldsymbol{y = 4,4\, sin\left(9,50x + 4,45t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

Mais de façon plus générale, toute équation respectant ce qui suit se qualifierait aussi :

$$\boldsymbol{y = 4,4\, sin\left(9,50x \pm 4,45t + \left(\frac{\pi}{4} + 2m\pi\right)\right)} \qquad \text{avec m} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

b) $y = 4{,}4 \sin\left(9{,}50x + 4{,}45t + \frac{5\pi}{4}\right)$ ou $y = 4{,}4 \sin\left(9{,}50x \pm 4{,}45t + \left(\frac{\pi}{4} + 2m\pi\right)\right)$, avec m = 0, ±1, ±2, …

Pour obtenir de l'interférence destructive, on cherche une constante de phase telle que sa différence avec celle de la première onde est un multiple demi-entier de 2π, ou respectant : (2m+1)π, avec m = 0, ±1, ±2, …

$$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = (2m+1)\pi \quad \rightarrow \quad \phi_2 = (2m+1)\pi + \phi_1 \qquad \text{où m} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

Le cas le plus simple se trouve lorsque m = 0 : $\phi_2 = (2 \times 0 + 1) \times \pi + \phi_1 = (2 \times 0 + 1) \times \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

L'équation qui représente le mieux une onde qui produirait de l'interférence destructive avec la première serait donc :

$$\boldsymbol{y = 4,4\, sin\left(9,50x + 4,45t + \frac{5\pi}{4}\right)}$$

Mais de façon plus générale, toute équation respectant ce qui suit se qualifierait aussi :

$$\boldsymbol{y = 4,4\, sin\left(9,50x \pm 4,45t + \left(\frac{5\pi}{4} + 2m\pi\right)\right)}, \qquad \text{avec m} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

retour à la question ▲

2.25 Solution : Amplitude retour à la question ▲

A_{res} = 0,312 m

L'amplitude des oscillations résultant de l'interférence de deux ondes est donnée par :

$$A_{rés} = \left|2A\, cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right|$$

On doit d'abord déterminer le déphasage $\Delta\Phi$ entre les deux ondes :

$$\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{\pi}{5} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{17\pi}{10}\text{ rad} = \boldsymbol{1,7\pi\text{ rad}}$$

L'amplitude résultante est alors :

$$A_{rés} = \left|2 \times 0{,}175\text{ m} \times A\cos\left(\frac{1{,}7\pi\text{ rad}}{2}\right)\right| = \boldsymbol{0,312\text{ m}}$$

retour à la question ▲

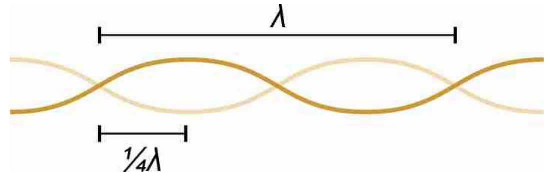
retour à la question ▲

2.6 LES ONDES STATIONNAIRES

2.26 Solution : Onde stationnaire retour à la question ▲

a) d = 0,314 cm

La distance entre un nœud et un ventre voisin correspond à un quart de longueur d'onde, alors qu'une longueur d'onde comporte deux lobes entiers sur une onde stationnaire (voir la figure ci-contre).



On doit donc déterminer la longueur d'onde, ce qui peut être fait à partir du nombre d'onde k contenu dans l'équation :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5{,}00\ \mathrm{cm}^{-1}} = 1{,}26\ \mathrm{cm}$$

La distance d'un quart de longueur d'onde est donc :

$$d = \frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{4} \times \frac{2\pi}{k} = \frac{1}{4} \times \frac{2\pi}{5{,}00\ \mathrm{cm}^{-1}} = \mathbf{0{,}314\ cm}$$

b) v = 6,10 cm/s

La vitesse est liée à la longueur d'onde et la fréquence, mais aussi au nombre d'onde et la fréquence angulaire :

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k} = \frac{30{,}5\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{5{,}00\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{cm}}} = \mathbf{6{,}10\ \frac{cm}{s}}$$

c) v_{max} = 624 cm/s

Un point de la corde a une vitesse transversale à l'onde. Cette vitesse est donnée par la dérivée de sa position, donc par :

$$v = \frac{d}{dt}y = \frac{d}{dt}(2A\sin(kx)\cos(\omega t)) = -\omega(2A)\sin(kx)\sin(\omega t)$$

La vitesse maximale d'un point particulier de la corde survient à l'instant où le produit ωt entraîne un sinus égal à 1. Ainsi, la vitesse maximale est donnée par l'équation simplifiée :

$$v_{max} = |-\omega(2A)\sin(kx) \times 1| = \omega(2A)\sin(kx)$$

Sachant que le terme 2A équivaut au 30,0 cm à lui seul, la vitesse maximale se calcule enfin pour x = 0,150 cm :

$$v_{max} = 30{,}5 \times (30{,}0)\sin(5{,}00x) = 30{,}5 \times (30{,}0)\sin(5{,}00 \times 0{,}150\ \mathrm{cm}) = \mathbf{624\ \frac{cm}{s}}$$

d) v_{max} = 0

Par définition, un nœud est un point de l'onde stationnaire qui est immobile en tout temps. La vitesse maximale d'un tel point est donc nulle par déduction.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.27 Solution : Nœuds et ventres retour à la question ▲

a) 6 nœuds et 5 ventres.

Pour une onde stationnaire, la distance entre deux nœuds consécutifs est 0,5λ. On sait que la longueur de la corde est L = 2,5λ. Le nombre de ventres n pour une onde stationnaire sur une corde est lié au numéro de l'harmonique et est donné par :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \rightarrow \quad n_{vent} = \frac{2L}{\lambda_n} = \frac{2\times 2{,}5\lambda}{\lambda} = \mathbf{5}$$

Il y a donc 5 ventres le long de la corde, et on compte ceux des extrémités. Pour une onde stationnaire où les deux extrémités sont fixes, il y a un nœud de plus que le nombre de ventres, donc :

$$n_{noeud} = n_{vent} + 1 = 5 + 1 = \mathbf{6}$$

b) F = 5,88 N

La vitesse de l'onde dans une corde est liée à sa tension et sa masse linéique par :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \rightarrow \quad F = \mu v^2$$

La vitesse doit être déterminée à partir de la fréquence et la longueur d'onde. Connaissant la longueur de la corde et le fait qu'il y a 2,5 longueurs d'onde le long de la corde :

$$L = 2{,}5\lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{L}{2{,}5}$$

$$v = \lambda f = \frac{L}{2{,}5} f$$

$$F = \mu v^2 = \mu\left(\frac{L}{2{,}5} f\right)^2 = \frac{\mu L^2 f^2}{2{,}5^2} = \frac{0{,}002\,40\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}\times(1{,}65\text{ m})^2\times(75{,}0\text{ Hz})^2}{2{,}5^2} = \mathbf{5{,}88\ N}$$

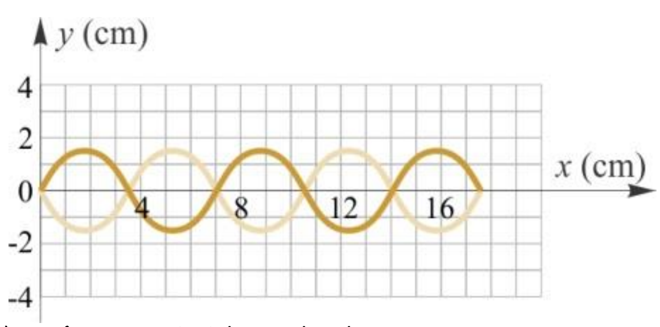
retour à la question ▲

2.28 Solution : Graphique retour à la question ▲

$y(x,t) = 1{,}5\sin(0{,}898x)\cos(5\pi t)$, en centimètres et en secondes.

On doit déterminer les différents paramètres de l'équation à partir du graphique et des informations fournies. L'équation générale est de la forme

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$



Le terme 2A est en soi l'amplitude de l'onde stationnaire (A étant l'amplitude de l'une des deux ondes qui la forment), donc 2A = 1,5 cm selon le graphique. (Si on avait demandé l'équation de l'une des deux ondes qui se rencontrent pour former cette onde stationnaire, l'amplitude aurait été 0,75 cm.)

Le nombre d'onde est liée à la longueur d'onde. Selon le graphique la longueur d'onde (la longueur totale de deux lobes) est λ = 7 cm. Ainsi, le nombre k est :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7\text{ cm}} = \mathbf{0{,}898\ cm^{-1}}.$$

La fréquence angulaire ω est liée à la fréquence f et celle-ci est liée au fait que la corde est droite 5 fois par seconde. Cette quantité n'est pas directement la fréquence, car la corde passe par la position droite 2 fois chaque cycle. Il y a donc 2,5 cycles chaque seconde, c'est-à-dire que f = 2,5 Hz. Ainsi :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 2{,}5\text{ Hz} = \mathbf{5\pi\ Hz}$$

Finalement, l'équation complète peut s'écrire :

$$\boldsymbol{y(x,t) = 1{,}5\sin(0{,}898x)\cos(5\pi t)},$$ en centimètres et en secondes.

retour à la question ▲

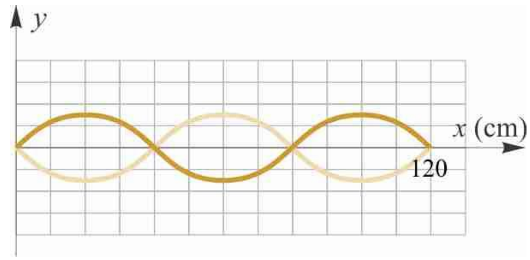
retour à la question ▲

retour à la question ▲

2.29 Solution : Où sont les nœuds retour à la question ▲

Les positions des 4 nœuds sont 0 m, à 0,40 m, à 0,80 m et à 1,20 m.

Une corde oscillant dans son 3e mode comporte donc 3 lobes, donc 3 ventres et 4 nœuds. Si on place l'origine $x = 0$ à l'une des extrémités de la corde, on peut représenter la corde à l'aide du graphique ci-contre. Entre les extrémités, il y a donc 2 nœuds dont on cherche la position, et ces deux nœuds séparent la corde en trois sections, dont chacune a une longueur égale au tiers de la longueur de la corde.



Les nœuds se trouvent donc à 0 m, à 0,40 m, à 0,80 m et à 1,20 m.

retour à la question ▲

2.30 Solution : Mode inconnu retour à la question ▲

a) $n = 8$

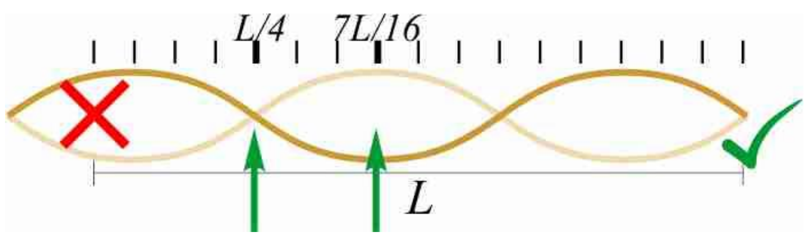
Une corde en oscillation harmonique doit présenter à ses extrémités un nœud ou un ventre (un nœud habituellement, puisque les extrémités doivent être fixées).

Si le mode de résonance recherché est le plus bas, ça ne signifie pas nécessairement que le ventre et le nœud dont les positions sont données sont voisins (ne sont pas séparés par d'autres nœuds et ventres). Calculons la longueur de corde qui respecterait cette première possibilité et vérifions si une corde peut-être en résonance dans ces conditions.

La distance entre un nœud et un ventre voisin est un quart de longueur d'onde (car une longueur d'onde comporte 2 lobes complets). Ainsi, la longueur de la corde peut être exprimée en fonction de la longueur d'onde :

$$\frac{7L}{16} - \frac{L}{4} = \frac{\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad L \times \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad L = \frac{\lambda}{4 \times \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right)} = \frac{4\lambda}{3}$$

Cette longueur suffit à invalider ce premier scénario, car si on trouve un nœud à chaque extrémité, la longueur de la corde doit au moins être un multiple entier de demi-longueur d'onde. La figure qui suit illustre également l'incohérence de cette configuration.



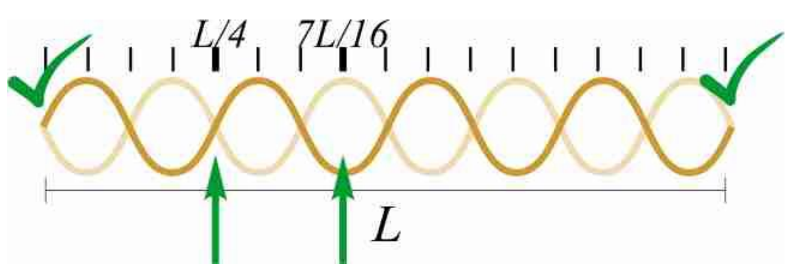
La deuxième configuration à étudier est celle où le nœud et le ventre décrits seraient séparés par un seul autre nœud et un seul autre ventre. Il y aurait alors ¾λ entre ces deux points :

$$\frac{7L}{16} - \frac{L}{4} = \frac{3\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad L \times \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad L = \frac{\lambda}{4 \times \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right)} = 4\lambda$$

Cette longueur est plausible, car elle implique qu'il y aurait 8 lobes complets d'un bout à l'autre de la corde. On doit encore déterminer quel mode de vibration fait en sorte que la longueur correspond à 4λ :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \rightarrow \quad n = \frac{2L}{\lambda_n} = \frac{2 \times 4\lambda_n}{\lambda_n} = \mathbf{8}$$

La figure qui suit montre également que des nœuds coïncident avec les extrémités dans ce scénario.



b) $\lambda = 16{,}9$ cm

Si la distance entre les deux points décrits est 12,7 cm, on peut calculer dans un premier temps la longueur de la corde :

$$\frac{7L}{16} - \frac{L}{4} = 12{,}7 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad L \times \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right) = 12{,}7 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad L = \frac{12{,}7 \text{ cm}}{\left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4}\right)} = 67{,}7 \text{ cm}$$

retour à la question ▲
retour à la question ▲

On a aussi démontré en a) que $L = 4\lambda$, donc :

$$\lambda = \frac{L}{4} = \frac{67{,}7\ \text{cm}}{4} = \mathbf{16{,}9\ cm}$$

c) v = 35,3 cm/s

La corde passe par une configuration droite 2 fois par cycle, ça signifie qu'un cycle est complété toutes les (2×0,240 s), et donc que la période est T = 0,480 s. En calculant la fréquence à partir de cette période, on pourra calculer la vitesse :

$$v = \lambda f = \lambda \frac{1}{T} = \frac{\lambda}{T} = \frac{16{,}9\ \text{cm}}{0{,}480\ s} = \mathbf{35{,}3\ \frac{cm}{s}}$$

retour à la question ▲

2.31 Solution : Guitare

retour à la question ▲

L = 0,340 m

La fréquence de résonance et la vitesse permettent de déterminer la longueur de la corde puisqu'on connaît le mode de résonance (n = 1) dans lequel la corde oscille :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \rightarrow \quad L = \frac{nv}{2f_n} = \frac{1\times125{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\times185\ \text{Hz}} = \mathbf{0{,}340\ m}$$

retour à la question ▲

2.32 Solution : La

retour à la question ▲

f_2 = 440 Hz, f_3 = 660 Hz, f_4 = 880 Hz,

Une corde vibrante peut faire entendre des notes correspondant à plusieurs harmoniques possibles. Les harmoniques plus élevées ont cependant des fréquences plus élevées et correspondent alors à des notes plus aigües. La note la plus grave entendue correspond donc à la fréquence fondamentale pour laquelle n = 1.

L'équation de toutes les fréquences harmoniques $\mathrm{f_n} = \frac{\mathrm{nv}}{\mathrm{2L}}$ peut être réarrangée pour rendre évident le lien avec la fréquence harmonique $\mathrm{f_1} = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{2L}}$:

$$f_n = \frac{nv}{2L} = n\frac{v}{2L} = nf_1$$

Il ne reste alors qu'à calculer les différentes fréquences correspondant à n = 2, n = 3 et n = 4, pour trouver les 3 fréquences supérieures à 220 Hz où il y a résonance :

$$f_2 = 2 \times 220\ \text{Hz} = \mathbf{440\ Hz}$$

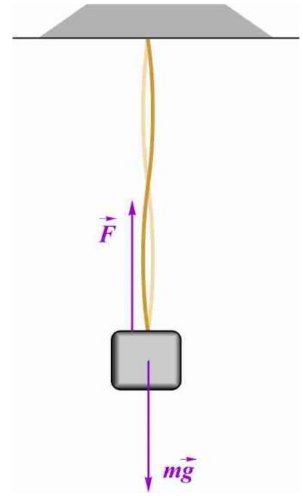
$$f_3 = 3 \times 220\ \text{Hz} = \mathbf{660\ Hz}$$

$$f_4 = 4 \times 220\ \text{Hz} = \mathbf{880\ Hz}$$

retour à la question ▲

2.33 Solution : Masse inconnue retour à la question ▲

m = 76,3 g



La masse étant suspendue à une corde, la tension F dans la corde est égale au poids F_g de la masse : $F = F_g = mg$.

La tension est également liée à la vitesse de propagation de l'onde dans la corde et à la masse linéique par :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad = \quad \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

La vitesse de l'onde est aussi liée au mode et à la fréquence de résonance, et à la longueur de la corde par :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad = \quad \frac{n\sqrt{\frac{mg}{\mu}}}{2L} \quad = \quad \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

Il ne reste qu'à isoler la masse m, toutes les autres valeurs étant connues. La corde oscille dans le mode n = 2, donc :

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

$$m = \frac{4\mu L^2 f_n^2}{n^2 g} \quad = \quad \frac{4\times 0{,}001\,05\,\frac{\text{kg}}{\text{m}}\times(0{,}750\text{ m})^2\times(35{,}6\text{ Hz})^2}{2^2\times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad = \quad \mathbf{0{,}076\,3\ kg}$$

retour à la question ▲

2.34 Solution : Plus aigu retour à la question ▲

a) f_4 = 800 Hz

On doit se servir des paramètres dans les deux scénarios pour répondre à cette question. D'abord, une équation impliquant la fréquence de résonance et le mode de résonance est :

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

Quand on modifie la fréquence, le mode de résonance change; mais il s'agit de la même corde, alors la longueur L et la vitesse v sont les mêmes dans tous les modes de résonance.

$$\frac{f_n}{n} = \frac{v}{2L}$$

On peut donc mettre en relation les différentes fréquences et mode à partir de cette relation :

$$\frac{v}{2L} = \frac{f_4}{4} \quad = \quad \frac{f_5}{5} \quad \rightarrow \quad 5f_4 = 4f_5$$

On indique qu'en augmentant de 200 Hz la fréquence, on atteint le 5e mode de résonance. En équation, ça signifie que $f_5 = f_4 + 200$ Hz. Ainsi :

$$5f_4 = 4f_5 \quad = \quad 4(f_4 + 200\text{ Hz}) \quad = \quad 4f_4 + 800\text{ Hz}$$

$$f_4 = \mathbf{800\ Hz}$$

b) v = 196 m/s

À partir de l'un ou l'autre des modes de résonance (utilisons le mode initial avec f_4 = 800 Hz) pour calculer la vitesse :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \rightarrow \quad v = \frac{2Lf_n}{n} \quad = \quad \frac{2\times 0{,}490\text{ m}\times 800\text{ Hz}}{4} \quad = \quad \mathbf{196\ \tfrac{m}{s}}$$

c) f_1 = 200 Hz

Pour déterminer la fréquence fondamentale (la fréquence dans le 1er mode d'oscillation n = 1), on peut utiliser à nouveau l'équation liant vitesse, fréquence, longueur et mode :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \rightarrow \quad f_1 = \frac{nv}{2L} \quad = \quad \frac{1\times 196\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\times 0{,}490\text{ m}} \quad = \quad \mathbf{200\ Hz}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲