CH 5 LA DYNAMIQUE

CONSTANTES UTILES

g = 9,81 m/s²
G = 6,674×10^{-11} N·m²/kg²
R_T = 6,371×10^6 m (Terre)
R_L = 1,74×10^6 m (Lune)
M_T = 5,974×10^{24} kg (Terre)
M_L = 7,36×10^{22} kg (Lune)
d_{TL} = 3,84×10^8 m (distance Terre-Lune)
M_M = 6,42×10^{23} kg (Mars)
R_M = 3,39×10^6 m (Mars)
M_S = 1,99×10^{30} kg (Soleil)
R_S = 6,96×10^8 m (Soleil)
d_{TS} = 1,50×10^{11} m (distance Terre-Soleil)

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{\vec{F}_g = m\vec{g}}$ $\boxed{\vec{F}_{él} = -kx\vec{\imath}}$

$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$ $\boxed{f_s \le \mu_s N}$

$\boxed{f_c = \mu_c N}$

$\boxed{F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}}$ $\boxed{\vec{P}_{app} = -\sum \vec{F}_{contact}}$

5.1-5.2 TYPES DE FORCES ET 2E LOI DE NEWTON

5.1 Exercices : La boîte suspendue solution ▶

Déterminez la tension dans la corde qui porte une masse de 15 kg, immobile.

5.2 Exercices : Trop lourd solution ▶

Une personne pousse une caisse au sol avec une force horizontale de 575 N, mais ne parvient pas à la déplacer. Quelle est le module de la force de frottement entre le sol et la caisse?

5.3 Exercice : Le poids de deux kilos solution ▶

Déterminez la force gravitationnelle agissant sur une masse de 2 kg dans les situations suivantes :

a) elle est immobile près de la surface de la Terre;
b) elle accélère à bord d'une automobile à 2,50 m/s²;
c) elle est en orbite, fixée à un satellite, à 2 500 km au-dessus de la surface terrestre;
d) elle est à la surface de la Lune.

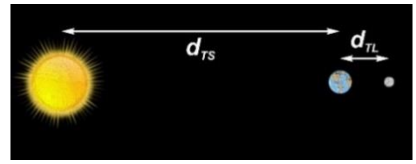
5.4 Exercice : Le champ gravitationnel solution ▶

Déterminez ce que serait le champ gravitationnel « g », en newtons par kilogrammes, à la surface des astres suivants :

a) Mars;
b) Le Soleil.

5.5 Exercice : Le poids de la Terre solution ▶

Lors d'une éclipse de Lune, le Soleil, la Terre et la Lune sont en conjonction (voir figure qui suit). Déterminez le module de la force résultante que subit la Terre en raison des deux autres astres.

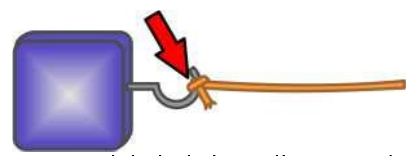


5.6 Question : Force ou pas force solution ▶

Un chariot immobile subit-il une ou des forces?

5.7 Question : Qu'est-ce qu'une tension… solution ▶

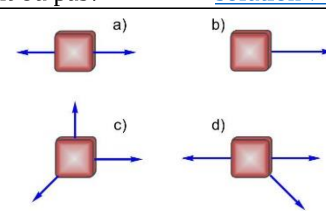
Quand une corde est utilisée pour tirer un objet, on désigne la force appliquée par la corde par « force appliquée » ou par force de « tension », mais en réalité, il s'agit d'un type de force appartenant aussi à une autre catégorie. De quel type s'agit-il, parmi les trois types suivants?



a) Une force normale;
b) Une force de frottement;
c) Une force gravitationnelle

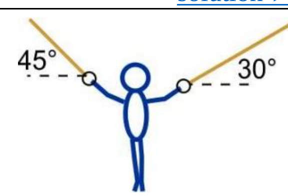
5.8 Question : Mouvement ou pas? solution ▶

Dans les quatre situations illustrées ci-après, on ignore le module de chaque force (chaque force est non nulle et agit dans le plan de l'illustration). Identifiez les cas dans lesquels la masse subit nécessairement une accélération.



5.9 Exercice : Le gymnaste solution ▶

Un gymnaste à l'entraînement se suspend, immobile, à deux anneaux accrochés à des cordes. Dans la configuration illustrée ci-contre, quelle est la tension dans chaque corde si la masse du gymnaste est de 82,5 kilogramme?



5.10 Exercice : Le rouli-roulant solution ▶

Un rouli-roulant de 1,23 kg est déposé en haut d'une rampe pour handicapés longue de 7,40 mètres et inclinée de 5,5°.

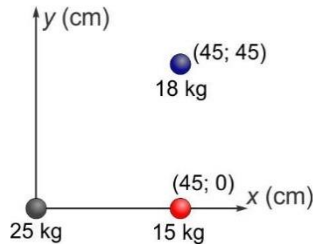
a) Quel est le module de la force normale agissant sur le rouli-roulant?
b) Quelle est l'accélération du rouli-roulant?
c) En combien de temps arrivera-t-il au bas de la pente?

5.1- 147 N — **5.2**- 575 N — **5.3**- a) 19,6 N — b) 19,6 N — c) 10,1 N — d) 3,24 N — **5.4**- a) 3,73 N/kg — b) 274 N/kg — **5.5**- 3,51×10^{22} N — **5.6**- Oui — **5.7**- a) — **5.8**- b) et d) — **5.9**- 592 N et 726 N — **5.10**- a) 12,0 N — b) 0,940 m/s² — c) 3,97 s

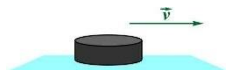
Codes de couleurs dans les solutions : Inconnue dont on cherche la valeur (la réponse) Inconnue n'étant pas celle qu'on recherche Portion provenant d'une substitution Étape de simplification Variables à faire disparaître par annulation Réponse finale à la question Explication préalable aux solutions ou remarque particulière

5.11 Exercice : Le triangle gravitationnel solution ►

Déterminez la force gravitationnelle subie par la masse située à l'origine et produite par les deux autres masses, selon les données fournies sur la figure ci-contre. Exprimez votre réponse en fonction des vecteurs unitaires.



5.12 Exercice : La rondelle de hockey solution ►



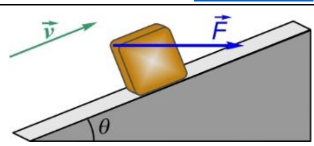
Une rondelle de hockey (m = 164 g) sur une glace uniforme est propulsée à 12,5 m/s et s'immobilise sur une distance de 28,2 m. Déterminez le module de la force de frottement qui la fait ralentir.

5.13 Exercice : La balle de baseball solution ►

Une balle de baseball de 146 g est lancée vers un frappeur à 152 km/h dans la direction d'un axe x négatif (voir figure). Elle est frappée par le bâton du frappeur et le contact avec le bâton dure 6,5 ms. La balle quitte le bâton à la vitesse de 187 km/h. Déterminez le vecteur de la force subie par la balle :

a) si elle est retournée en direction opposée exactement;
b) si elle est projetée à 30° au-dessus de la direction de son arrivée.

5.14 Exercice : Quelle différence? solution ►



Une masse de 3,55 kg sur un plan incliné à 27° subit une force horizontale de 75,0 N tout en glissant vers le haut du plan incliné (voir figure). Déterminez le module de la force normale et de la force de frottement :

a) si la masse glisse à vitesse constante;
b) si la masse accélère à 1,50 m/s² vers le haut du plan;
c) si la masse accélère à 1,50 m/s² vers le bas du plan.

5.15 Exercice : Le fauteuil solution ►

Deux personnes poussent horizontalement sur un fauteuil de 39,5 kg (sur roulettes et sans frottement) avec des forces de 92 N et de 107 N. Déterminez le module de l'accélération du fauteuil dans les cas suivants :

a) les deux forces sont orientées dans la même direction;
b) les deux forces sont orientées en sens opposés;
c) les deux forces sont orientées de façon perpendiculaire l'une à l'autre.

5.3 LE POIDS APPARENT

5.16 Question : L'ascenseur solution ►

Dans lequel des cas suivants votre poids apparent est-il le plus élevé?

a) Dans un ascenseur qui accélère en montant.
b) Dans un ascenseur qui décélère en montant.

5.17 Exercice : Vert! solution ►

Une voiture Tesla peut atteindre 100 km/h en 1,9 s. Déterminez le module du poids apparent d'un passager de 65 kg durant cette accélération.

5.18 Exercice : L'ascenseur II solution ►

Calculez le module du poids apparent d'une personne de 42 kg dans un ascenseur :

a) qui accélère vers le haut à 1,0 m/s²;
b) qui monte à vitesse constante;
c) qui décélère en montant, au taux de 2,0 m/s².

5.19 Exercice : Debout dans l'autobus solution ►

Dans l'autobus, vous devez rester debout lors d'un déplacement, et vous portez dans votre main votre sac très lourd (9,5 kg). À un moment où l'autobus freine brusquement avec une accélération de 5,25 m/s², que devient le module du poids apparent de votre sac ainsi que l'angle qu'il fait avec la verticale?

5.4 LA FORCE DE FROTTEMENT

5.20 Question : Glisse, glisse pas solution ►

Identifiez pour chaque cas s'il implique du frottement Statique ou du frottement Cinétique :

a) au départ d'une course de 100 mètres, un sprinter accélère de toutes ses forces;
b) sur le toit incliné de votre maison, vous marchez vers le haut pour aller installer une décoration de Noël;
c) lors d'une bonne tempête de neige, votre auto embourbée n'arrive pas à avancer même lorsque vous appuyez sur l'accélérateur;
d) dans une course à obstacle, un compétiteur doit s'accrocher à une corde comme Tarzan pour franchir une mare;
e) vous ralentissez doucement en vélo à l'approche d'une intersection, en roulant sur l'asphalte;
f) lorsque vous ralentissez doucement en vélo, les freins agissent sur la roue (figure ci-contre);

g) vous soulevez un verre cylindrique;
h) grâce à vos chaussures de sport, vous avez assez d'adhérence pour tirer votre danois qui ne veut pas venir jouer dehors;
i) en pantoufles, vous n'arrivez pas à retenir votre danois qui veut aller jouer dehors.

5.21 Question : Dans tous les cas solution ►

Décrivez une situation simple où une automobile subit du frottement 1) statique, 2) cinétique, pour obtenir une accélération :

a) vers l'avant;
b) vers l'arrière;
c) latéralement.

5.22 Diagrammes de forces en ligne

Essayez ces exercices en ligne pour vérifier si vous maîtrisez la construction des diagrammes de forces.

5.23 Exercice : Aaahh, une démonstration… solution ►

Dans les cours de conduite, il est enseigné qu'en roulant deux fois plus vite, la distance d'arrêt minimale est quadruplée, pour un même coefficient de frottement statique uniforme. Démontrez algébriquement cette affirmation. (Une démonstration rigoureuse n'est pas un exemple avec des nombres qui vérifient l'affirmation.)

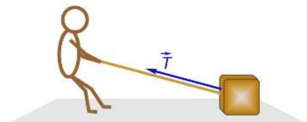
5.24 Frottement en ligne

Essayez ces exercices en ligne pour vérifier si vous identifiez correctement le type de frottement et l'orientation de sa force.

5.11 - $(1{,}76\vec{\imath} + 0{,}524\vec{\jmath})\times10^{-7}$ N — **5.12** - 0,454 N — **5.13** - a) $2{,}12\times10^{3}\vec{\imath}$ N — b) $(19{,}6\vec{\imath}+5{,}83\vec{\jmath})\times10^{2}$ N —
5.14 - a) f = 51,0 N, N = 65,1 N — b) f = 45,7 N, N = 65,1 N — c) f = 56,3 N, N = 65,1 N — **5.15** - a) 5,04 m/s² — b) 0,380 m/s² — c) 3,57 m/s² — **5.16** - a)
5.17 - 1 144 N — **5.18** - a) 454 N — b) 412 N — c) 328 N — **5.19** - P_{app} = 106 N, θ = 28,2° — **5.20** - a) S — b) S — c) C — d) S — e) S — f) C — g) S — h) S — i) C
5.21 - ↓↓↓ — 5.22 - — **5.23** - ↓↓↓ — 5.24 -

Equations | Sect 5.1-5.2, #1 à 15 | Sect 5.3, #16 à 19 | Sect 5.4, #20 à 22

5.25 Exercice : Tire fort! solution ▶



David tire avec une corde une boîte de 60 kg qui repose immobile au sol. Les coefficients de frottement statique et cinétique entre la boîte et le sol sont respectivement de 0,750 et 0,550. La corde fait un angle de 25° avec l'horizontale et David applique une force de 350 N.

a) Parviendra-t-il à mettre la boîte en mouvement? Justifiez.
b) Si la boîte était déjà en mouvement (dans la direction où David tire), parviendrait-il à la maintenir en mouvement? Justifiez.

5.26 Exercice : L'angle critique solution ▶

On place un bloc sur une surface inclinable où les coefficients de frottement statique et cinétique sont de 0,43 et 0,31 respectivement. À partir de l'horizontale, on incline lentement la surface jusqu'à ce que le bloc se mette à glisser. On maintient l'inclinaison par la suite.

a) À partir de quel angle critique le bloc se mettra-t-il en mouvement?
b) En combien de temps aura-t-il glissé de 50 cm le long de la surface, inclinée à l'angle critique?

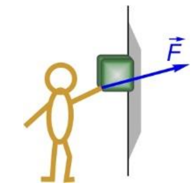
5.27 Exercice : Deux scénarios solution ▶

Un bloc de 600 g sur un plan incliné avec frottement glisse vers le bas et possède une accélération *a* vers le bas lorsque l'inclinaison est de 15°. Pour une inclinaison de 20°, l'accélération du bloc est plutôt 2*a*. Que vaut le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la surface, ainsi que l'accélération *a*?

5.28 Question : Cinétique solution ▶

Une automobile pourra-t-elle accélérer si ses pneus glissent et que le frottement sur elle est cinétique? Expliquez

5.29 Exercice : Le mur solution ▶



Une personne tient un bloc de 2 kg contre un mur en appliquant une force dirigée à 15° au-dessus de l'horizontale (voir figure). Le coefficient de frottement statique entre le bloc et le mur est de 0,25, et le coefficient de frottement cinétique est de 0,15.

a) Déterminez le module de la force la plus faible empêchant le bloc de tomber.
b) Déterminez le module de la force la plus grande faisant en sorte que le bloc ne monte pas.

5.25 - a) Non — b) Oui — 5.26 - a) 23,3° — b) 0,962 s — 5.27 - μ_c = 0,177 et a = 0,862 m/s² — 5.28 - Oui — 5.29 - a) 39,2 N — b) 1,13×10³ N

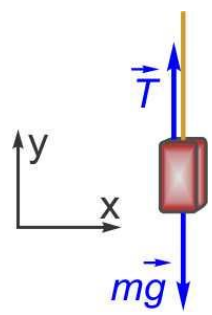
CH 5 LA DYNAMIQUE

5.1-5.2 TYPES DE FORCES ET LOIS DE NEWTON

5.1 Solution : La boîte suspendue retour à la question ▲

T = 147 N

Seule la corde touche à la masse, et seule la force gravitationnelle peut agir à distance. Les deux forces présentes sont illustrées sur la figure ci-contre.



La masse étant suspendue immobile, l'accélération est nulle. Les équations sont :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad = \quad \vec{T} + m\vec{g} \quad = \quad 0$$

$$\sum F_x = ma_x \quad = \quad 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{=0} \quad = \quad T - mg \quad = \quad 0 \qquad (2)$$

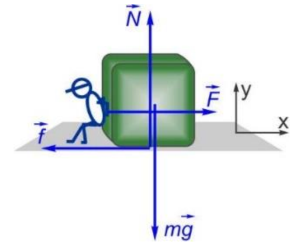
Selon l'équation (2) :

$$T = mg \quad = \quad 15\ \mathrm{kg} \times 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \quad = \quad \mathbf{147{,}15\ N}$$

retour à la question ▲

5.2 Solution : Trop lourd

retour à la question ▲



f_s = 575 N

Les forces agissant sur la caisse proviennent de la personne qui pousse (force F), de la Terre (mg) et du sol (normale et frottement statique). Le diagramme ci-contre montre les directions dans lesquelles ces forces agissent.

Les équations des forces, pour le cas où l'accélération est nulle, sont :

$$\sum \vec{F} = m \underbrace{\vec{a}}_{=0} \quad = \quad \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f_s} \quad = \quad 0$$

$$\sum F_x = m \overbrace{a_x}^{=0} \quad = \quad F - f_s \quad = \quad 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = m \underbrace{a_y}_{=0} \quad = \quad N - mg \quad = \quad 0 \qquad (2)$$

Puisqu'on sait que la personne applique une force de 575 N, l'équation (1) suffit à évaluer la force de frottement f_s :

$$f_s = F \quad = \quad \mathbf{575\ N}$$

retour à la question ▲

5.3 Solution : Le poids de deux kilos

retour à la question ▲

a) F_g = 19,6 N

À la surface de la Terre, le poids des objets peut être donné à la fois par le produit « mg » ou par le calcul « Gm_1m_2/r^2 ». Puisqu'on le calculera pour les autres endroits avec le calcul détaillé, allons-y ainsi pour la surface de la Terre :

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad = \quad \frac{GM_Tm}{R_T^2} \quad = \quad \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(5{,}974\times10^{24}\ \mathrm{kg}\right)\times 2\ \mathrm{kg}}{(6{,}371\times10^{6}\ \mathrm{m})^2} \quad = \quad \mathbf{19{,}6\ N}$$

b) F_g = 19,6 N

La force gravitationnelle ne dépend aucunement du mouvement et de l'accélération d'un objet. L'équation qui permet de calculer F_g ne contient pas l'accélération, donc on trouvera la même chose qu'en a) si l'objet est bien à la surface de la Terre :

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad = \quad \frac{GM_Tm}{R_T^2} \quad = \quad \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(5{,}974\times10^{24}\ \mathrm{kg}\right)\times 2\ \mathrm{kg}}{(6{,}371\times10^{6}\ \mathrm{m})^2} \quad = \quad \mathbf{19{,}6\ N}$$

c) F_g = 10,1 N

À 2500 km au-dessus de la surface de la Terre, la distance centre à centre entre les deux masses impliquées est « R_T + 2500 km ». Ainsi :

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad = \quad \frac{GM_Tm}{(R_T+2\,500\ \mathrm{km})^2} \quad = \quad \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(5{,}974\times10^{24}\ \mathrm{kg}\right)\times 2\ \mathrm{kg}}{\left((6{,}371\times10^{6}\ \mathrm{m})+(2{,}500\times10^{6}\ \mathrm{m})\right)^2} \quad = \quad \mathbf{10{,}13\ N}$$

d) F_g = 3,24 N

On doit utiliser la masse et le rayon de la Lune (fournis au début du document) au lieu de ceux de la Terre, avec $M_L = 7{,}22\times10^{36}$ kg et $R_L = 1{,}74\times10^{6}$ m :

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad = \quad \frac{GM_Tm}{R_L^2} \quad = \quad \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(7{,}36\times10^{22}\ \mathrm{kg}\right)\times 2\ \mathrm{kg}}{(1{,}74\times10^{6}\ \mathrm{m})^2} \quad = \quad \mathbf{3{,}24\ N}$$

retour à la question ▲

5.4 Solution : Le champ gravitationnel retour à la question ▲

Si le champ gravitationnel correspond à la valeur g à la surface d'un astre donné, il est alors donné par $g = \frac{GM}{R^2}$, car :

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} = m\frac{GM}{R^2} = mg \quad \rightarrow \quad g = \frac{GM}{R^2}$$

a) g_{Mars} = 3,73 N/kg

$$g_{Mars} = \frac{GM_{Mars}}{R^2_{Mars}} = \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(6{,}42\times10^{23}\,\mathrm{kg}\right)}{(3{,}39\times1i)^2} = \mathbf{3{,}73}\,\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{kg}}$$

b) g_{Soleil} = 274 N/kg

$$g_{Soleil} = \frac{GM_{Soleil}}{R^2_{Soleil}} = \frac{\left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(1{,}99\times10^{30}\,\mathrm{kg}\right)}{(7{,}96\times1\mathrm{i})^2} = \mathbf{274}\,\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{kg}}$$

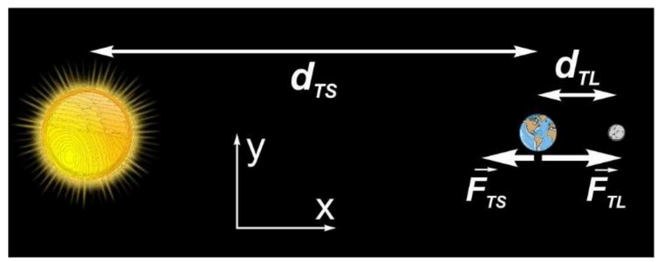
retour à la question ▲

5.5 Solution : Le Poids de la Terre retour à la question ▲

F_R = 3,51×10^22 N

La Terre ne subit dans cette situation que deux forces gravitationnelles (on ignore les autres astres, dont les effets sont plus négligeables). En considérant un axe x tel qu'illustré sur la figure ci-contre, on peut rédiger les équations des forces agissant sur la Terre :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_{TL} + \vec{F}_{TS}$$



Il n'a pas été mentionné que l'accélération est nulle. D'ailleurs, elle ne peut l'être : la Terre suit une trajectoire circulaire, ce qui requiert une accélération centripète. Ainsi, la force résultante ne sera pas nulle. Mais on ne s'intéresse pas à l'accélération, seulement à la somme des forces. On peut donc se limiter au calcul :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{TL} + \vec{F}_{TS} = \vec{F}_R$$

Indépendamment de la relation entre les forces et l'accélération, la somme des forces dans l'axe de la conjonction Soleil-Terre-Lune est simplement trouvée en additionnant les deux contributions de force gravitationnelle, en tenant compte du signe de chacune (puisqu'elles sont opposées).

Plaçons l'axe x dans le sens de la force de la Lune sur la Terre (et alors la force F_{TS} sera soustraite). L'inverse serait correct également puisqu'on demande le module. On aura :

$$F_R = F_{TL} - F_{TS} = \frac{GM_TM_L}{R^2_{TL}} - \frac{GM_TM_S}{R^2_{TS}} = GM_T\left(\frac{M_L}{R^2_{TL}} - \frac{M_S}{R^2_{TS}}\right)$$

$$F_R = \left(6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\times\left(5{,}974\times10^{24}\,\mathrm{kg}\right)\times\left(\frac{7{,}36\times10^{22}\,\mathrm{kg}}{(3{,}84\times10^{8}\,\mathrm{m})^2} - \frac{1{,}99\times10^{30}\,\mathrm{kg}}{(1{,}50\times10^{11}\,\mathrm{m})^2}\right) = \mathbf{-3{,}51\times10^{22}\,N}$$

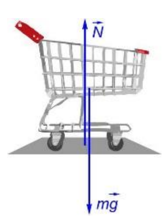
La force résultante subie par la Terre est donc dirigée vers le Soleil. Le module de cette force est 3,51×10^22 N.

retour à la question ▲

5.6 Solution : Force ou pas force retour à la question ▲

Oui

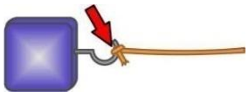
Le fait qu'il soit immobile (et que son accélération soit nulle) nous apprend seulement que la force résultante est nulle. Mais il subit quand même une force gravitationnelle (parce qu'il est près de la Terre, et une force normale, parce qu'il est appuyé au sol. Donc oui, il subit une force, et même deux.



retour à la question ▲

5.7 Solution : Qu'est-ce qu'une tension… retour à la question ▲

a) Une force normale



Là où il y a contact entre le nœud de la corde et le crochet (tel qu'illustré ici), il y a deux surfaces qui ne peuvent se traverser. Il s'agit donc d'une force normale, de la même façon qu'un objet qui repose sur une surface horizontale ne peut se déplacer vers le bas.

retour à la question ▲

5.8 Solution : Mouvement ou pas? retour à la question ▲

a) Pas nécessairement d'accélération

Les deux forces sont parfaitement sur un même axe et de sens opposés. Elles pourraient être de même module et alors la force résultante serait nulle. Dans ce cas il n'y aurait pas d'accélération.

b) Nécessairement une accélération

Si une seule force non nulle agit sur un corps, il y aura nécessairement une accélération orientée dans le même sens que la force.

c) Pas nécessairement d'accélération

Deux des trois forces ont une composante horizontale et ces deux composantes sont en sens opposés (l'une vers la gauche et l'autre vers la droite). Les modules des deux forces (inconnus) pourraient être tels que les composantes horizontales s'annulent parfaitement, et l'accélération horizontale serait alors nulle.

Verticalement, le même scénario survient : deux forces ont une composante verticale, opposées en direction. Les modules pourraient faire en sorte que ces composantes verticales s'annulent parfaitement aussi, et l'accélération serait alors nulle.

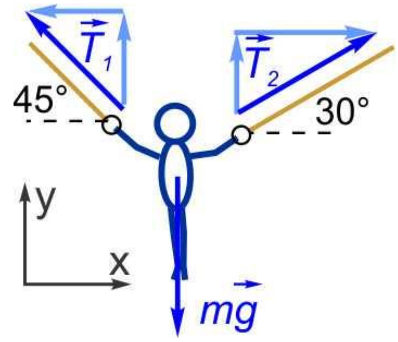
d) Nécessairement une accélération

Une seule force a une composante verticale. Une accélération verticale dans la même direction doit donc nécessairement se produire, ne pouvant être annulée par aucune autre force.

retour à la question ▲

5.9 Solution : Le gymnaste retour à la question ▲

592 N et 726 N



Après avoir identifié, illustré et décomposé les 3 forces agissant sur le gymnaste, on choisit un référentiel *x-y* pour définir les signes lors de l'analyse (les orientations habituelles conviennent) (voir figure ci-contre). On peut ensuite rédiger les équations des forces, avec une accélération nulle puisqu'il est immobile en équilibre :

$$\sum \vec{F} = m\underbrace{\vec{a}}_{0} \quad = \quad \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} \quad = \quad 0$$

$$\sum F_x = m\underbrace{a_x}_{0} \quad = \quad T_{1x} + T_{2x} + 0 \quad = \quad 0$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} \quad = \quad T_{1y} + T_{2y} - mg \quad = \quad 0$$

Les composantes *x* et *y* des tensions doivent être exprimées en fonction des angles (posons $\theta_1 = 45°$ et $\theta_2 = 30°$). Aussi, on tiendra compte du sens des axes pour attribuer un signe à chaque terme, puisque les angles ne sont pas définis par rapport à une direction unique :

$$-T_1 \cos 45° \quad + \quad T_2 \cos 30° \quad + \quad 0 \quad = \quad 0 \qquad (1)$$

$$T_1 \sin 45° \quad + \quad T_2 \sin 30° \quad - \quad mg \quad = \quad 0 \qquad (2)$$

Cela constitue un système de deux équations et deux inconnues. L'option la plus courte consiste à isoler dans l'équation (1) l'une des tensions inconnues :

$$(1) \qquad T_1 = \frac{T_2 \cos 30°}{\cos 45°}$$

Remplaçons dans l'équation (2) la variation T_1 et isolons T_2 :

$$(2) \qquad \frac{T_2 \cos 30°}{\cos 45°} \times \sin 45° \quad + \quad T_2 \sin 30° \quad - \quad mg \quad = \quad 0$$

$$T_2 = \frac{mg}{\frac{\cos 30°}{\cos 45°} \times \sin 45° \ + \ \sin 30°} \quad = \quad \frac{82{,}5 \text{ kg} \times 9{,}81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{\frac{\cos 30°}{\cos 45°} \times \sin 45° \ + \ \sin 30°} \quad = \quad \mathbf{592,5\ N}$$

On peut alors calculer T_1 :

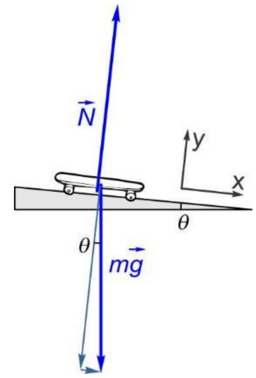
$$T_1 = \frac{T_2 \cos 30°}{\cos 45°} \quad = \quad \frac{592{,}5 \text{ N} \times \cos 30°}{\cos 45°} \quad = \quad \mathbf{725,6\ N}$$

retour à la question ▲

5.10 Solution : Le rouli-roulant retour à la question ▲

a) N = 12,0 N

On doit rédiger les équations du système pour évaluer toute force. Le montage ci-contre illustre les forces, leurs composantes parallèles aux axes, l'axe x étant orienté comme la surface.



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad = \quad \vec{N} + m\vec{g}$$

$$\sum F_x = ma_x \quad = \quad 0 \; + \; mg\sin\theta \qquad (1)$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} \quad = \quad N - mg\cos\theta \quad = \quad 0 \qquad (2)$$

Pour déterminer la normal d'abord, l'équation (2) suffit, puisque l'on connait la masse du rouli-roulant et l'inclinaison de la pente :

$$N = mg\cos\theta \quad = \quad 1{,}23\text{ kg} \times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \cos 5{,}5° \quad = \quad \mathbf{12,0\ N}$$

b) a = 0,940 m/s²

L'accélération du rouli-roulant apparaît dans l'équation (1), par le terme a_x. En isolant cette accélération, on obtient :

$$a_x = \frac{0 \; + \; mg\sin\theta}{m} \quad = \quad g\sin\theta \quad = \quad 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \sin 5{,}5 \quad = \quad \mathbf{0,940\ \frac{m}{s^2}}$$

c) t = 3,97 s

On doit recourir aux équations de cinématique, avec l'accélération trouvée en b), pour trouver la durée de la descente. En posant qu'il part de x = 0, les paramètres et les équations sont :

$x_0 = 0$
$x = 7{,}40\text{ m}$
$v_0 = 0$
$v = ?$
$a = 0{,}940\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$t = ??$

$$x = \overbrace{x_0}^{=0} + \overbrace{v_0}^{=0}\,t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

$$v = v_0 + at \qquad (4)$$

L'équation (3) suffit pour calculer t :

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 \qquad \Rightarrow \qquad t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \quad = \quad \sqrt{\frac{2 \times 7{,}40\text{ m}}{0{,}940\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \quad = \quad \mathbf{3,97\ s}$$

retour à la question ▲

5.11 Solution : Le triangle gravitationnel retour à la question ▲

$\vec{F}_1 = (1{,}76\vec{\imath} + 0{,}524\vec{\jmath}) \times 10^{-7}$ N

La masse située à l'origine subit deux forces (provenant des deux autres masses). Désignons les différentes masses par des variables pour les nommer dans les équations (voir figure ci-contre, avec m_1, m_2 et m_3). On se préoccupe uniquement des forces agissant sur la masse à l'origine, m_1. Si on rédige les équations des forces appliquées sur la masse à l'origine, on a :

$$\sum \vec{F} = m_1\vec{a} \quad = \quad \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Puisqu'on nous demande la valeur de la force résultante, il n'est pas nécessaire de considérer le terme comprenant l'accélération. On peut réduire nos calculs à :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Selon chaque composante :

$$\sum F_x = F_{2x} + F_{3x} \qquad (1)$$
$$\sum F_y = F_{2y} + F_{3y} \qquad (2)$$

La force F_2 étant strictement horizontale, sa composante verticale est nulle ($F_{2y} = 0$) et sa composante horizontale est égale au module entier de F_2. Pour F_3, on exprime les composantes en fonction de l'angle de 45° :

$$\sum F_x = F_2 + F_3 \cos 45°$$
$$\sum F_y = 0 + F_3 \sin 45°$$

Les deux forces F_2 et F_3 sont des forces gravitationnelles et peuvent être calculées distinctement, en utilisant les distances et les valeurs des masses. La distance entre m_1 et m_3 est l'hypoténuse d'un triangle dont on peut exprimer la valeur à l'intérieur du calcul de la force F_3 :

$$F_2 = \frac{Gm_1m_2}{d_{12}^2} \quad = \quad \frac{6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\times 25\ \mathrm{kg}\times 15\ \mathrm{kg}}{(0{,}45\ \mathrm{m})^2} \quad = \quad 1{,}24 \times 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

$$F_3 = \frac{Gm_1m_3}{d_{13}^2} \quad = \quad \frac{6{,}674\times10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\times 25\ \mathrm{kg}\times 18\ \mathrm{kg}}{\left(\sqrt{(0{,}45\ \mathrm{m})^2 + (0{,}45\ \mathrm{m})^2}\right)^2} \quad = \quad 7{,}41\bar{5} \times 10^{-8}\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_x = (1{,}24 \times 10^{-7}\ \mathrm{N}) \ + \ \left(7{,}41\bar{5} \times 10^{-8}\ \mathrm{N}\right) \times \cos 45° \quad = \quad \mathbf{1{,}76 \times 10^{-7}\ N}$$

$$\sum F_y = \qquad 0 \qquad + \ \left(7{,}41\bar{5} \times 10^{-8}\ \mathrm{N}\right) \times \sin 45° \quad = \quad \mathbf{5{,}24 \times 10^{-8}\ N}$$

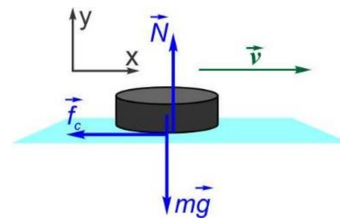
Le vecteur force subie par la masse m_1, produite par les deux autres masses, est donc $\vec{F}_1 = (1{,}76\vec{\imath} + 0{,}524\vec{\jmath}) \times 10^{-7}$ N

retour à la question ▲

5.12 Solution : La rondelle de hockey retour à la question ▲

f = 0,454 N

Lorsque la rondelle glisse en ligne droite et ralentit, elle subit une seule force horizontale, le frottement, en direction opposée à sa vitesse. Les équations des forces sont :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad = \quad \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f}$$

$$\sum F_x = ma_x = 0 + 0 - f \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = N - mg + 0 \qquad (2)$$

L'équation (1) sera utilisée pour calculer le module (f) de la force de frottement, mais il faut d'abord évaluer l'accélération à partir du traitement de la cinématique. En posant que la distance fournie amène la rondelle de $x_0 = 0$ à $x = 28{,}2$ m, et sachant que la vitesse finale est nulle :

$x_0 = 0$
$x = 28{,}2\text{ m}$
$v_0 = 12{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v = 0$
$a = ?$
$t = ?$

$$x = \overbrace{x_0}^{=0} + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$
$$\underbrace{v}_{=0} = v_0 + at \qquad (4)$$

Les équations (3) et (4) étant toutes les deux requises pour évaluer l'accélération, ça revient à utiliser l'équation suivante :

$$\underbrace{v^2}_{=0} = v_0^2 + 2a\left(x - \underbrace{x_0}_{=0}\right)$$

$$0 = v_0^2 + 2ax \qquad ➔ \qquad a = \frac{-v_0^2}{2x}$$

On peut intégrer cette expression de l'accélération dans l'équation (1) des forces selon x :

$$\sum F_x = ma_x \quad = \quad -f \quad = \quad m \times \left(\frac{-v_0^2}{2x}\right)$$

$$f = \frac{mv_0^2}{2x} \quad = \quad \frac{0{,}164\text{ kg} \times \left(12{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 28{,}2\text{ m}} \quad = \quad \mathbf{0{,}454\ N}$$

retour à la question ▲

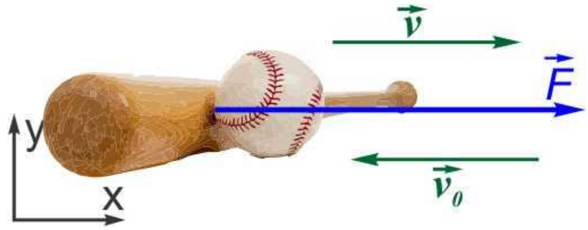
5.13 Solution : La balle de baseball retour à la question ▲

a) $\vec{F}_b = 2{,}12 \times 10^3 \vec{\imath}\ \mathrm{N}$

Si la balle est frappée en direction inverse à sa vitesse initiale, la force du bâton (F_b) sur la balle est nécessairement orientée selon cette vitesse finale (donc à l'horizontale). C'est donc un problème à une seul dimension (car durant le contact très court, l'effet de la force gravitationnelle est parfaitement négligeable!). Le schéma ci-contre montre l'axe *x* considéré pour l'analyse ainsi que la configuration des forces impliquées. Les équations des forces sont :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_b$$

$$\sum F_x = ma_x = F_{bx} \qquad (1)$$
$$\sum F_y = ma_y = \underbrace{F_{by}}_{0} \qquad (2)$$



On doit préalablement calculer l'accélération par cinématique pour ensuite calculer la force du bâton. Selon l'axe choisi (voir figure), la vitesse initiale est négative. Aussi, on ne nous dit rien sur les positions initiale et finale, mais on peut néanmoins calculer l'accélération à partir de la variation de vitesse et de la durée du contact :

$x_0 = ?$
$x = ?$
$v_0 = -152\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (3)$
$v = 187\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\qquad v = v_0 + at \qquad (4)$
$a = ?$
$t = 0{,}0065\ \mathrm{s}$

Selon l'équation (4) :

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\left(187\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - \left(-152\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)\right) \times \frac{1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}}{0{,}0065\ \mathrm{s}} = 1{,}45 \times 10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

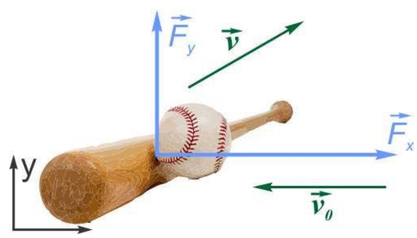
De retour avec l'équation (1), on peut calculer la force du bâton :

$$F_{bx} = ma_x = 0{,}146\ \mathrm{kg} \times \left(1{,}45 \times 10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = \mathbf{2{,}12 \times 10^3\ N}$$

On peut donc affirmer que le vecteur force du bâton sur la balle est $\vec{F}_b = 2{,}12 \times 10^3 \vec{\imath}\ \mathrm{N}$

b) $\vec{F}_b = (19{,}6\vec{\imath} + 5{,}83\vec{\jmath}) \times 10^2\ \mathrm{N}$

Si la balle est frappée avec un angle au-dessus de l'horizontale, la force du bâton (F_b) sur la balle doit avoir une composante verticale, contrairement au cas vu en a). Le schéma ci-contre montre les axes considérés et les vitesses initiale et finale. Cependant, on ne peut illustrer correctement l'orientation de la force réelle du bâton, car on ignore le rapport des composantes horizontale et verticale. Les équations des forces sont :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_b$$

$$\sum F_x = ma_x = F_{bx} \qquad (5)$$
$$\sum F_y = ma_y = F_{by} \qquad (6)$$

Calculons d'abord les composantes d'accélération de la balle. Selon *x*, en exprimant la vitesse finale en fonction de l'angle de projection :

$x_0 = ?$
$x = ?$
$v_{x0} = -152\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ $\qquad x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad (7)$
$v_x = 187\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \times \cos 30°$ $\qquad v_x = v_{x0} + a_x t \qquad (8)$
$a_x = ??$
$t = 0{,}0065\ \mathrm{s}$

Selon l'équation (8) :

$$a_x = \frac{v - v_{0x}}{t} = \frac{\left(187\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \times \cos 30° - \left(-152\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)\right) \times \frac{1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}}{0{,}0065\ \mathrm{s}} = 1{,}34 \times 10^4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Par la même méthode, selon *y* :

$y_0 = ?$

$y = ?$

$v_{y0} = 0$ $\qquad y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad (9)$

$v_y = 187\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \sin 30°$ $\qquad v = v_{y0} + a_y t \qquad (10)$

$a_y = ??$

$t = 0{,}0065\ \text{s}$

Selon l'équation (10) :

$$a_y = \frac{v_y - v_{y0}}{t} = \frac{\left(187\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \sin 30° - 0\right) \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}}{0{,}0065\ \text{s}} = 4{,}00 \times 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

On peut ensuite utiliser les composantes d'accélération pour calculer les composantes de force. Selon l'équation (5) :

$$F_{bx} = ma_x = 0{,}146\ \text{kg} \times \left(1{,}34 \times 10^4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \mathbf{1{,}96 \times 10^3\ N}, \quad \text{ou } 19{,}6 \times 10^2\ \text{N}$$

Et selon l'équation (6) :

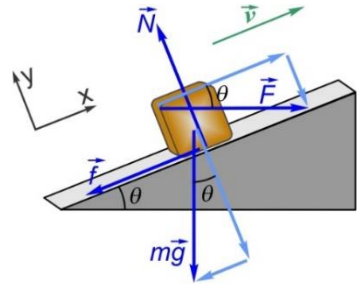
$$F_{by} = ma_y = 0{,}146\ \text{kg} \times \left(4{,}00 \times 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \mathbf{5{,}83 \times 10^2\ N}, \quad \text{ou } 5{,}83 \times 10^2\ \text{N}$$

On peut donc affirmer que le vecteur force du bâton sur la balle est $\vec{F}_b = (19{,}6\vec{\imath} + 5{,}83\vec{\jmath}) \times 10^2\ \text{N}$

retour à la question ▲

5.14 Solution : Quelle différence? retour à la question ▲

Dans les 3 situations (a, b et c), le schéma des forces est le même, seule l'accélération varie, et le signe de l'accélération sera le seul changement dans les équations des forces. Il ne restera qu'à isoler la valeur de la force de frottement *f* dans chaque cas.



a) N = 65,1 N, f = 51,0 N

On choisit d'abord un système d'axe incliné comme la surface pour que l'accélération soit directement orientée selon l'axe *x*. On mentionne en a) que la masse a une vitesse constante; l'accélération est donc nulle. On rédige les équations des forces :

$$\sum \vec{F} = m \underbrace{\vec{a}}_{0} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} + \vec{f} = 0$$

$$\sum F_x = m \underbrace{a_x}_{0} = 0 - mg\sin\theta + F\cos\theta - f = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = m \underbrace{a_y}_{0} = N - mg\cos\theta - F\sin\theta + 0 = 0 \qquad (2)$$

Dans l'équation (1), *f* est la seule inconnue. On peut donc la calculer :

$$f = -mg\sin\theta + F\cos\theta \quad = \quad -3{,}55\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \sin 27° \ + \ 75{,}0\ \text{N} \times \cos 27° \quad = \quad \mathbf{51{,}0\ N}$$

Dans l'équation (2), *N* est la seule inconnue :

$$N = mg\cos\theta + F\sin\theta \quad = \quad 3{,}55\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \cos 27° \ + \ 75{,}0\ \text{N} \times \sin 27° \quad = \quad \mathbf{65{,}1\ N}$$

b) N = 65,1 N, f = 45,7 N

On mentionne en b) que l'accélération est de 1,50 m/s², dirigée vers le haut du plan. Selon le référentiel choisi en a), ça signifie que a_x = +1,50 m/s². L'équation (1) développée en a) s'applique encore, sauf que le terme « ma_x » n'est pas nul :

$$\sum F_x = ma_x = -mg\sin\theta + F\cos\theta - f = 0$$

En isolant *f* dans cette dernière équation :

$$f = -mg\sin\theta + F\cos\theta - ma_x \qquad (3)$$

$$f = -3{,}55\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \sin 27° \ + \ 75{,}0\ \text{N} \times \cos 27° \ - \ 3{,}55\ \text{kg} \times \left(+1{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \quad = \quad \mathbf{45{,}7\ N}$$

La force normale obéit à la même équation qu'en a), elle a donc à même valeur, *N* = 65,1 N.

c) N = 65,1 N, f = 56,3 N

On mentionne en c) que l'accélération est de 1,50 m/s², dirigée vers le bas du plan. Selon le référentiel choisi en a), ça signifie que a_x = –1,50 m/s². L'équation (3) développée en b) s'applique encore; seule la valeur de l'accélération lors des calculs diffère :

$$f = -mg\sin\theta + F\cos\theta - ma_x$$

$$f = -3{,}55\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \sin 27° \ + \ 75{,}0\ \text{N} \times \cos 27° \ - \ 3{,}55\ \text{kg} \times \left(-1{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \quad = \quad \mathbf{56{,}3\ N}$$

La force normale obéit encore à la même équation qu'en a), elle a donc la même valeur, *N* = **65,1 N**.

retour à la question ▲

5.15 Solution : Le fauteuil retour à la question ▲

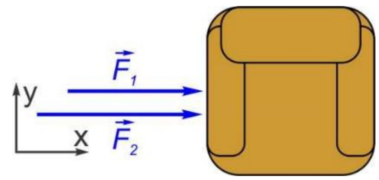
a) a = 5,04 m/s²

Si les deux forces sont orientées de la même façon, elles s'additionnent et l'accélération du fauteuil se fera dans cette même direction. Aussi, on ne considèrera que les deux dimensions horizontales (dans la pièce où se trouve le fauteuil); verticalement, le poids et la normale s'annulent et ne sont pas requis pour trouver l'accélération. Le schéma montre des deux axes utilisés. En posant F_1 = 92 N et F_2 = 107 N, et en considérant un axe x orienté comme les deux forces, les équations des forces, sont :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\sum F_x = ma_x = F_1 + F_2 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = 0 + 0 \qquad (2)$$

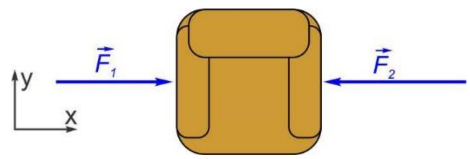


Selon l'équation (1) :

$$a_x = \frac{F_1+F_2}{m} = \frac{92\ \text{N}+107\ \text{N}}{39{,}5\ \text{kg}} = \mathbf{5{,}04\ \frac{m}{s^2}}$$

b) a = 0,380 m/s²

Si les deux forces agissent en sens opposés, mais toujours sur le même axe, seul un signe diffèrera dans l'équation (1) réécrite. Plaçons encore l'axe x dans la direction de F_1. Encore une fois, seul le traitement en x suffit à déterminer l'accélération :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\sum F_x = ma_x = F_1 - F_2$$

L'accélération est alors :

$$a_x = \frac{F_1-F_2}{m} = \frac{92\ \text{N} - 107\ \text{N}}{39{,}5\ \text{kg}} = -0{,}380\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Puisqu'on demande le « module » de l'accélération, on peut laisser tomber le signe négatif du résultat : a = **0,380 m/s²**.

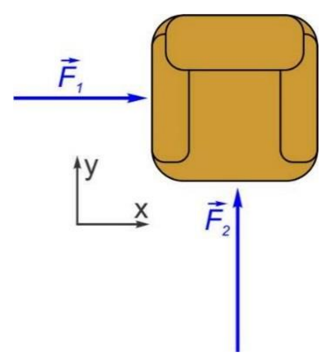
c) a = 3,57 m/s²

Si les deux forces agissent perpendiculairement, plaçons l'axe x dans la direction de F_1 et l'axe y dans la direction de F_2. Les équations des forces sont alors :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\sum F_x = ma_x = F_1 + 0 \qquad (3)$$

$$\sum F_y = ma_y = 0 + F_2 \qquad (4)$$



Une simple isolation dans les équations (3) et (4) nous donne les deux composantes d'accélération :

$$(3) \qquad a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{92\ \text{N}}{39{,}5\ \text{kg}} = 2{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$(4) \qquad a_y = \frac{F_2}{m} = \frac{107\ \text{N}}{39{,}5\ \text{kg}} = 2{,}71\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

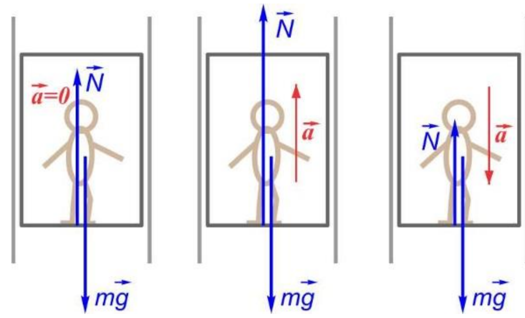
À partir des composantes de l'accélération, le module est :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(2{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(2{,}71\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = \mathbf{3{,}57\ \frac{m}{s^2}}$$

retour à la question ▲

5.3 LE POIDS APPARENT

5.16 Solution : L'ascenseur retour à la question ▲



Rép : a) Dans l'ascenseur qui accélère en montant

Le poids apparent est lié à la sensation de poids pour les passagers dans l'ascenseur. Au repos, le plancher applique une certaine force sur les pieds des passages pour compenser leur poids réel.

Le poids apparent étant de façon générale « l'équilibrante des forces de contact sur une masse », ça se résume ici à la force normale uniquement, car la seule autre force agissant sur les passagers est leur poids réel et ce n'est pas une force de contact.

Donc $\vec{P}_{app} = -\vec{N}$, et en module : P_{app} = N.

On peut faire le raisonnement que pour accélérer vers le haut, la force normale doit dépasser sa valeur au repos, pour que la force résultante soit dirigée vers le haut (comme l'accélération). C'est donc en accélérant en montant que le poids apparent est le plus élevé.

On peut également traiter les équations réelles pour le démontrer. Verticalement, en considérant un axe vertical orienté vers le haut :

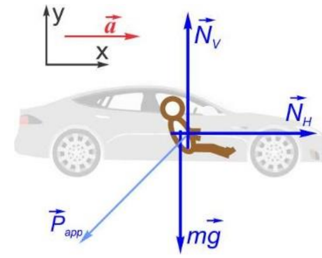
$$\sum F_y = ma_y = N - mg \quad \Rightarrow \quad N = m\left(g + a_y\right)$$

Cette dernière équation montre bien qu'un c'est une valeur positive de l'accélération (donc vers le haut) qui entraîne une valeur plus grande de N, donc du poids apparent.

retour à la question ▲

5.17 Solution : Vert! retour à la question ▲

P_{app} = 1144 N



Le poids apparent est l'équilibrante des forces de contact sur le passager. On doit donc identifier et quantifier les forces de contact sur ce passager. Le poids du passager repose sur son siège, et le dossier le pousse horizontalement dans le dos pour fournir son accélération (voir figure ci-contre). Le poids est la seule autre force agissant sur le passager, mais il ne s'agit pas d'une force de contact. Les équations des forces permettront de quantifier les deux forces normales N_H et N_V :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N}_H + \vec{N}_V + m\vec{g}$$

$$\sum F_x = ma_x = N_H + 0 + 0 \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = 0 + N_V - mg \qquad (2)$$

L'équation (1) permet de quantifier N_H si on détermine d'abord l'accélération par cinématique, et l'équation (2) permet de déterminer N_V. Pour le calcul de l'accélération, les paramètres et les équations sont :

$x_0 = 0$
$x = ?$
$v_0 = 0$
$v = 100\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$a = ??$
$t = 1{,}9\ \text{s}$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$
$$v = \underbrace{v_0}_{0} + at \qquad (4)$$

L'équation (4) permet de calculer l'accélération :

$$(3) \qquad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\left(100\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}\right) - 0}{1{,}9\ \text{s}} = 14{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Par l'équation (1) :

$$N_H = ma_x = 65\ \text{kg} \times 14{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 950\ \text{N}$$

Par l'équation (2) :

$$N_V = mg = 65\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 638\ \text{N}$$

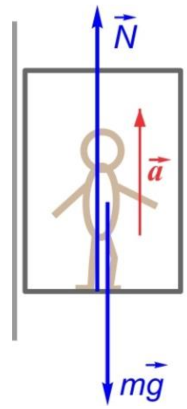
Le module du poids apparent est donc :

$$P_{app} = \sqrt{N_H^2 + N_V^2} = \sqrt{(950\ \text{N})^2 + (638\ \text{N})^2} = 1\,144\ \text{N}$$

retour à la question ▲

5.18 Solution : L'ascenseur II retour à la question ▲

On peut rédiger l'équation du poids apparent de manière à pouvoir l'appliquer de la même manière dans les trois situations. La seule force de contact sur la personne étant la force normale (voir figure ci-contre), le poids apparent sera égal en module à la force normale c'est donc elle qu'on veut quantifier.



Rédigeons d'abord les équations des forces pour cette situation, en considérant un axe positif vers le haut :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}$$

$$\sum F_y = ma_y = N - mg \qquad (1)$$

La force normale peut donc s'exprimer par :

$$N = m(g + a_y)$$

Et ainsi le poids apparent, pour chaque situation :

$$P_{APP} = N \quad = \quad m(g + a_y) \qquad (2)$$

a) P_{APP} = 454 N

Si l'accélération est de 1,0 m/s² vers le haut :

$$P_{APP} = m(g + a_y) \quad = \quad 42\ \text{kg} \times \left(9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} + 1{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \quad = \quad 454\ \text{N}$$

b) P_{APP} = 412 N

Si la vitesse est constante, l'accélération est donc nulle. Ainsi :

$$P_{APP} = m(g + a_y) \quad = \quad m(g + 0) \quad = \quad 42\ \text{kg} \times 9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \quad = \quad 412\ \text{N}$$

c) P_{APP} = 328 N

Une décélération en montant est une accélération vers le bas (pour un axe positif vers le haut). Ainsi, l'accélération est négative à -2,0 m/s² = -2,0 N/kg :

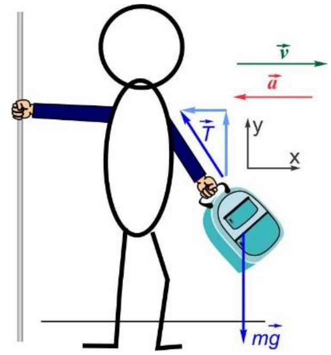
$$P_{APP} = m(g + a_y) \quad = \quad 42\ \text{kg} \times \left(9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} + \left(-2{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\right) \quad = \quad 328\ \text{N}$$

retour à la question ▲

5.19 Solution : Debout dans l'autobus retour à la question ▲

P_{app} = 106 N, à 28,2° par rapport à la verticale

On peut comparer le bras à une corde (donc une tension) à laquelle est suspendu le sac. Utilisons un système d'axes dont l'axe *x* est orienté selon la vitesse de l'autobus (et du sac). Si l'autobus ralentit, l'accélération sera donc dirigée en sens contraire de la vitesse, donc négative selon l'axe *x*; donc a_x = –5,25 m/s². Le sac n'est soumis qu'à deux forces : son poids et la tension du bras (voir figure ci-après). Seule la tension doit être décomposée selon les deux axes. Le poids apparent étant l'équilibrante des forces de contact, il correspond à l'opposé de la tension. Si on connaît le module de la tension du bras, on connaîtra le module du poids apparent. L'accélération verticale étant nulle, les équations des forces sont :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}$$

$$\sum F_x = ma_x = -T_x + 0 \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = T_y - mg \qquad (2)$$

Le poids apparent étant égal en module au module de la tension, calculons celui-ci par :

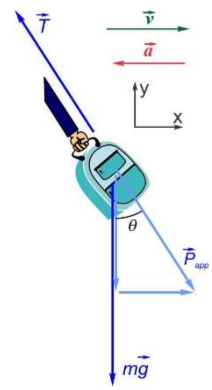
$$P_{app} = T \quad = \quad \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

Selon les équations (1) et (2), on a : $T_x = -ma_x$ et $T_y = mg$

Donc :

$$P_{app} = T \quad = \quad \sqrt{(-ma_x)^2 + (mg)^2} \quad = \quad m \times \sqrt{a_x^2 + g^2}$$

$$= 9{,}5 \text{ kg} \times \sqrt{\left(5{,}25 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(9{,}81 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} \quad = \quad \mathbf{106\ N}$$



Son orientation par rapport à la verticale est liée au rapport des composantes du poids apparent (voir figure ci-contre), c'est-à-dire au rapport des composantes de la tension. En n'utilisant que les valeurs absolues des composantes pour trouver l'angle θ tel qu'illustré sur la figure :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{T_x}{T_y}\right) \quad = \quad \tan^{-1}\left(\frac{ma_x}{mg}\right) \quad = \quad \tan^{-1}\left(\frac{a_x}{g}\right) \quad = \quad \tan^{-1}\left(\frac{5{,}25 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9{,}81 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right) \quad = \quad \mathbf{28{,}2°}$$

retour à la question ▲

5.4 LA FORCE DE FROTTEMENT

5.20 Solution : Glisse, glisse pas retour à la question ▲

a) Frottement Statique

Le frottement qui bénéficie au sprinter est celui entre ses chaussures et le sol, et ces chaussures ne glissent pas. Il s'agit donc de frottement statique.

b) Frottement Statique

En se déplaçant sur un toit incliné, il est particulièrement important ou utile de ne pas glisser. Si on parvient à se marcher normalement sur le toit, on utilise donc le frottement statique.

c) Frottement Cinétique

Quand une auto est embourbée dans la neige et qu'on appuie sur l'accélérateur, les roues tourneront sans faire avancer l'auto. Elles glissent sur place et c'est la raison pour laquelle elle ne parvient pas à avancer. Il s'agit donc de frottement cinétique.

d) Frottement Statique

Quand on se suspend à une corde, les mains ne doivent pas glisser le long de la corde pour qu'on y demeure accroché. Le frottement entre les mains et la corde est donc du frottement statique.

e) Frottement Statique

À moins de freiner très brusquement (ce qui n'est pas le cas selon l'énoncé), les roues d'un vélo ne glissent pas au sol. La force qu'elles appliquent au sol est donc une force de frottement statique.

f) Frottement Cinétique

Si on regarde les coussins de caoutchouc qui sont appliqués contre la roue lors du freinage, on constate que c'est par glissement qu'ils appliquent une force qui oblige la roue à réduire sa vitesse de rotation. Si on appliquait fortement les freins, la force des coussins de caoutchouc serait telle qu'elle pourrait immobiliser réellement la roue. Mais lors d'un freinage doux, ces coussins glissent contre la partie métallique de la roue. Il s'agit donc de frottement cinétique.

g) Frottement Statique

Quand on soulève un objet, on utilise généralement le frottement. Et si l'objet ne nous glisse pas entre les mains, il s'agit de frottement statique.

La forme de l'objet a une incidence puisque si on emprisonne l'objet dans notre main (comme on pourrait le faire avec une balle de golf), le frottement n'est pas nécessaire. La forme d'un objet qu'on peut saisir par une section concave (comme un haltère) ou par une anse comme une tasse ou une valise ne requiert pas non plus de frottement. Par contre, un objet cylindrique comme le verre mentionné dans l'énoncé requiert du frottement statique.

h) Frottement Statique

Avec des chaussures dont les semelles sont en caoutchouc, on bénéficie généralement d'une bonne adhérence au sol. Si on lutte en tirant contre un animal, le fait de ne pas glisser, et donc d'ordinaire de réussir à tirer l'objet, signifie qu'on bénéficie de frottement statique.

i) Frottement Cinétique

Si les pantouffles glissent au sol lorsqu'un gros danois réussit à nous tirer, la force qu'on obtient du sol (insuffisante) est une force de frottement cinétique.

retour à la question ▲

5.21 Solution : Dans tous les cas retour à la question ▲

a) 1) Une auto qui accélère doucement vers l'avant et en ligne droite utilise du frottement statique avec le sol.

2) Une auto qui tente d'accélérer brusquement vers l'avant sur la neige et qui glisse en le faisant produit du frottement cinétique au sol.

b) 1) Une auto qui freine doucement et parvient à ralentir sans faire glisser les roues au sol utilise du frottement statique.

2) Une auto qui freine brusquement au point de faire glisser les roues au sol lors d'une manœuvre d'urgence utilise le frottement cinétique (et parvient tout de même à ralentir).

c) 1) Une voiture roule normalement dans une courbe, et ne glisse pas. Le frottement au sol est un frottement statique.

2) Une voiture roule trop vite dans une courbe et dérape. Pendant le dérapage, la voiture subit quand même une force provenant du sol, et c'est du frottement cinétique.

retour à la question ▲

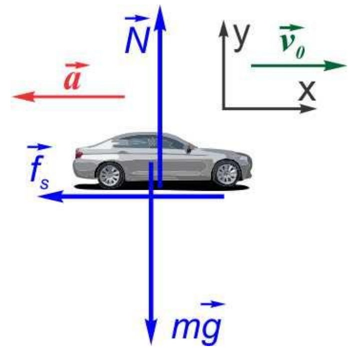
5.22 Diagrammes de forces en ligne

retour à la question ▲

Exercices en ligne

5.23 Solution : Aaahh, une démonstration…

retour à la question ▲



L'énoncé fait allusion à la comparaison de deux situations où la vitesse varie du simple au double. Désignons ces deux scénarios par scénarios A et B. Pour comparer les distances de freinage x_A et x_B, on voudra évaluer le rapport x_B/x_A.

Aussi, la distance minimale de freinage implique du frottement statique, car les coefficients de frottement statique sont plus élevés que les coefficients de frottement cinétique (entre deux mêmes surfaces). Il est mentionné que l'affirmation s'applique avec un coefficient de frottement uniforme, ce sera μ_s. On peut exprimer l'accélération en fonction du coefficient de frottement statique en traitant les équations des forces :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f}_s$$

$$\sum F_x = ma_x = 0 + 0 - f_s \qquad \text{avec} \qquad f_s = \mu_s N$$

$$\sum F_y = m \underbrace{a_y}_{0} = N - mg + 0$$

Dans l'équation des forces selon x, la force de frottement est soustraite parce qu'on a considéré un axe orienté selon la vitesse initiale. L'accélération (ralentissement) devra donc être négative également. Selon l'équation des forces selon x, on peut obtenir une expression de l'accélération. En posant $a = a_x$:

$$a = \frac{-f_s}{m} = \frac{-\mu_s N}{m}$$

Selon l'équation des forces en y, la normale peut être remplacée par mg et l'expression de l'accélération est simplifiée :

$$a = \frac{-\mu_s N}{m} = \frac{-\mu_s \cdot mg}{m} = -\mu_s g$$

Concernant les vitesses, posons $v_B = 2v_A$. La première équation qui met en relation la distance de freinage, la vitesse initiale et l'accélération est : $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$. Cependant, cette vitesse contient le temps, et ne tient pas compte de la vitesse finale (nulle). Une autre équation mettant en relation les positions, vitesses initiale et finale ainsi que l'accélération est :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Puisque le véhicule s'immobilise, la vitesse finale est nulle. Si on pose $x_0 = 0$, la distance de freinage correspondra à la position finale x. En remplaçant l'accélération par « $-\mu_s g$ », on obtient :

$$\underbrace{v^2}_{0} = v_0^2 + 2 \cdot (-\mu_s g)\left(x - \underbrace{x_0}_{0}\right) \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0^2 - 2\mu_s g x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{v_0^2}{2\mu_s g}$$

Le rapport des distances de freinage x_B/x_A entraîne :

$$\frac{x_B}{x_A} = \frac{\left(\frac{v_B^2}{2\mu_s g}\right)}{\left(\frac{v_A^2}{2\mu_s g}\right)} = \frac{v_B^2}{v_A^2} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2$$

Finalement, puisque $v_B = 2v_A$, on trouve :

$$\frac{x_B}{x_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \left(\frac{2v_A}{v_A}\right)^2 = 2^2 = 4$$

On a ainsi démontré que pour un même coefficient de frottement, une vitesse deux fois plus grande entraîne $x_B = 4x_A$.

retour à la question ▲

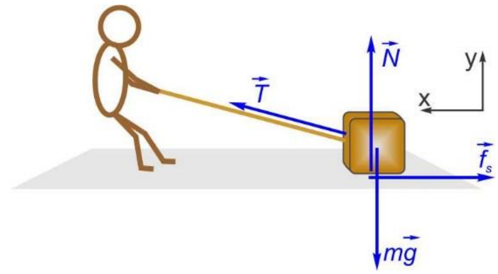
5.24 Frottement en ligne

retour à la question ▲

Exercices en ligne

5.25 Solution : Tire fort! retour à la question ▲

a) Non



Pour savoir si la boîte se mettra en mouvement, on doit vérifier si la sommes la force de frottement est en mesure de s'opposer à l'accélération de la boîte sans excéder sa valeur maximale possible. Deux approches sont possibles et valides :

-On peut calculer la force de frottement requise pour garder la boîte au repos et comparer cette valeur pour vérifier si $f_s \leq f_{s\,max}$;

-On peut calculer le coefficient de frottement requis pour que la boîte demeure au repos et comparer ce résultat avec le coefficient de frottement réel.

Procédons avec la comparaison de la force de frottement requise et la force de frottement maximale.

En considérant un axe *x* orienté dans le sens de l'accélération éventuelle :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{T} + \vec{f_s}$$

$$\sum F_x = m\overbrace{a_x}^{=0} = 0 + 0 + T\cos 25° - f_s \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = N - mg + T\sin 25° + 0 \qquad (2)$$

L'équation (1) suffit à évaluer la force de frottement qui garderait la boîte immobile :

$$f_s = T\cos 25° \quad = \quad 350\ \text{N} \times \cos 25° \quad = \quad 317\ \text{N}$$

Quant à la force de frottement, maximale, elle implique la force normale qu'on peut déterminer à partir de l'équation (2) :

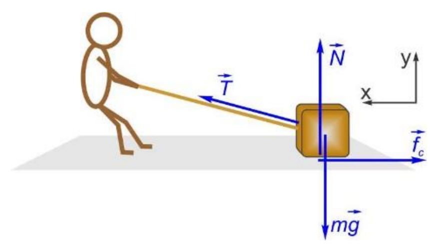
$$(2) \qquad N = mg - T\sin 25°$$

$$f_{s\,max} = \mu_s N \quad = \quad \mu_s(mg - T\sin 25°)$$

$$= 0{,}750 \times \left(60\ \text{kg} \times 9{,}81\ \tfrac{\text{N}}{\text{kg}} - 350\ \text{N} \times \sin 25°\right) \quad = \quad 331\ \text{N}$$

Et puisque la force de frottement statique maximale possible est supérieure à la force requise pour garder la caisse immobile, celle-ci demeurera immobile.

b) Oui



Si la boîte est déjà en mouvement lorsque David applique une force de 350 N dans la corde, les forces sur le schéma auront les mêmes orientations, avec la seule différence que la force de frottement sera plutôt de type frottement cinétique. Établissons alors les équations des forces, où $f_c = \mu_c N$ dans tous les cas. Cette fois-ci on ignore l'accélération, et c'est le signe de cette accélération (le sens) qui déterminera si David parvient à garder la boîte en mouvement ou si elle ralentira jusqu'à l'arrêt.

$$\sum F_x = ma_x = 0 + 0 + T\cos 25° - \underbrace{f_c}_{=\mu_c N} \qquad (3)$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{0} = N - mg + T\sin 25° + 0 \qquad (4)$$

On veut déterminer l'accélération. La normale, selon l'équation (4), sera donnée par la même expression qu'en a), qu'on peut intégrer dans le terme f_c de l'équation (3) :

$$(3) \qquad ma_x = T\cos 25° - \mu_c N \quad = \quad T\cos 25° \quad - \quad \mu_c(mg - T\,sin\,25°)$$

$$a_x = \frac{T\cos 25° - \mu_c(mg - T\sin 25°)}{m}$$

$$a_x = \frac{350\ \text{N}\times\cos 25° \ - \ 0{,}550\times\left(60\ \text{kg}\times 9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \ - \ 350\ \text{N}\times\sin 25°\right)}{60\ \text{kg}} \quad = \quad +1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

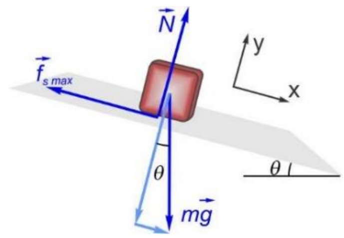
Une accélération positive est une accélération dans le sens de l'axe *x*, donc vers David. La boîte va donc de plus en plus vite et David parvient à la garder en mouvement.

retour à la question ▲

5.26 Solution : L'angle critique retour à la question ▲

a) θ = 23,3°

À l'angle critique d'inclinaison, la force de frottement statique atteint précisément sa valeur maximale. C'est ce qui en fait l'angle critique à partir duquel ou au-delà duquel le bloc glisse. Puisque mathématiquement, une inclinaison plus forte d'une quantité infime suffit à changer de type de frottement, on fera les calculs pour la valeur exacte où $f_s = f_{s\,max}$ et où l'accélération est encore nulle ($a = 0$). Dans cette situation, on cherche à évaluer l'angle. Les équations des forces sont :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f}_{s\,max}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m\overbrace{a_x}^{=0} &&= 0 + mg\sin\theta - f_{s\,max} && (1) \\ \sum F_y &= m\underbrace{a_y}_{=0} &&= N - mg\cos\theta + 0 && (3) \end{aligned}$$

où $f_{s\,max} = \mu_s N$ (2)

Selon l'équation (3) :

$$N = mg\cos\theta$$

Cette expression de N dans l'équation (2) entraîne :

$$f_{s\,max} = \mu_s(mg\cos\theta)$$

Et finalement dans l'équation (1) :

$$0 = mg\sin\theta - \mu_s(mg\cos\theta)$$

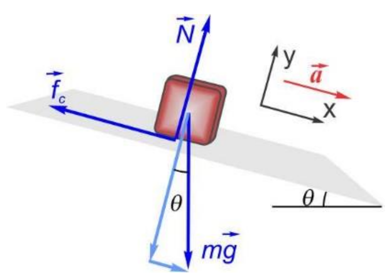
$$\sin\theta = \mu_s\cos\theta$$

$$\tan\theta = \mu_s$$

$$\theta = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1} 0{,}43 = \mathbf{23{,}3°}$$

b) t = 0,962 s

S'il se met à glisse à partir de l'angle critique (ou une infime quantité au-dessus), on parlera alors de frottement cinétique. L'analyse est comparable, sauf que $f_c = \mu_c N$ et $a_x \neq 0$. On cherche alors l'accélération pour résoudre par cinématique la durée du glissement sur 50 cm. La détermination de l'accélération implique l'analyse des forces :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f}_{s\,max}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x &&= 0 + mg\sin\theta - f_c && (4) \\ \sum F_y &= m\underbrace{a_y}_{=0} &&= N - mg\cos\theta + 0 && \underbrace{(6)}_{=0} \end{aligned}$$

où $f_c = \mu_c N$ (5)

La réunion des trois équations entraîne :

$$ma_x = mg\sin\theta - f_c = mg\sin\theta - \mu_c N = mg\sin\theta - \mu_c(mg\cos\theta)$$

$$a_x = g\sin\theta - \mu_c g\cos\theta = g(\sin\theta - \mu_c\cos\theta)$$

$$= 9{,}81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (\sin 23{,}3° - 0{,}31 \times \cos 23{,}3°) = +1{,}08\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

L'accélération positive indique que la masse accélère bien vers le bas de la pente, selon notre axe, ce qui est cohérent. Par cinématique on peut alors évaluer la durée du déplacement de 50 cm. Les paramètres et équations sont :

$x_0 = 0$
$x = 0{,}50$ m
$v_0 = 0$
$v = ?$
$a = 1{,}08\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$t = ??$

$$x = \overbrace{x_0}^{=0} + \overbrace{v_0}^{=0} t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

$$v = \underbrace{v_0}_{=0} + at \qquad (4)$$

L'équation de la position suffit à isoler et calculer *t* :

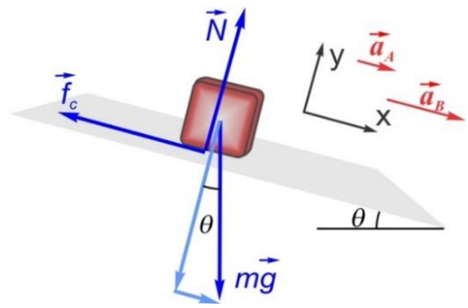
$$x = \underbrace{x_0}_{=0} + \underbrace{v_{x0}t}_{=0} + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad = \quad \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a_x}} \quad = \quad \sqrt{\frac{2\times 0{,}50\ \mathrm{m}}{1{,}08\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \quad = \quad \mathbf{0{,}962\ s}$$

retour à la question ▲

5.27 Solution : Deux scénarios retour à la question ▲

μ_c = 0,177 et a = 0,862 m/s²



On comprend que le même coefficient de frottement cinétique entraîne des accélérations différentes si l'inclinaison du plan incliné est différente. Appelons A et B ces deux scénarios, avec $a_A = a$ et $a_B = 2a$.

On doit établir les équations des forces pour les deux scénarios, quoique les équations auront la même forme. Selon le diagramme de forces et les axes de la figure ci-contre, les équations des forces pour le scénario A seront les suivantes (notons que *m* et *g* sont constantes, mais que toutes les autres variables pourraient varier d'un scénario à l'autre) :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_A = \vec{N}_A + m\vec{g} + \vec{f}_{cA}$$

$$\sum F_x = ma_A \quad = \quad 0 + mg\sin\theta_A - f_{cA} \ (1) \qquad \text{où} \qquad f_{cA} = \mu_c N_A \qquad (2)$$

$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{=0} \quad = \quad N_A - mg\cos\theta_A + 0\,(3)$$

Avant d'être réécrites pour le scénario B, on peut simplifier ces équations et les réunir en une seule. L'équation (3) nous donne une expression de la normale N_A et alors l'expression de f_{cA} peut être insérée dans l'équation (1) :

(3) $N_A = mg\cos\theta_A$

(2) $f_{cA} = \mu_c mg\cos\theta_A$

(1) $ma_A = mg\sin\theta_A - \mu_c mg\cos\theta_A$

$$a_A = g(\sin\theta_A - \mu_c\cos\theta_A) \qquad (4)$$

Cette dernière équation peut alors être appliquée au scénarios B avec la même forme :

$$a_B = g(\sin\theta_B - \mu_c\cos\theta_B) \qquad (5)$$

Il y a alors 3 inconnues dans ces deux équations (a_A, a_B et μ_c), mais si on remplace les accélération a_A, et a_B par les valeurs suggérées dans l'énoncé, on a de nouvelles équations où alors les équations (4) et (5) comportent moins d'inconnues. Puisque $a_A = a$ et $a_B = 2a$, on peut écrire :

(4) $a = g(\sin\theta_A - \mu_c\cos\theta_A)$ (6)

(5) $2a = g(\sin\theta_B - \mu_c\cos\theta_B)$ (7)

En remplaçant la variable *a* de l'équation (7) par l'expression complète de *a* donnée par l'équation (6), on obtient :

$$2\big(g(\sin\theta_A - \mu_c\cos\theta_A)\big) = g(\sin\theta_B - \mu_c\cos\theta_B)$$

Il ne reste qu'à simplifier pour évaluer μ_c. Si on commence par simplifier par *g* :

$$2\sin\theta_A - 2\mu_c\cos\theta_A = \sin\theta_B - \mu_c\cos\theta_B$$

$$\mu_c(\cos\theta_B - 2\cos\theta_A) = \sin\theta_B - 2\sin\theta_A$$

$$\mu_c = \frac{\sin\theta_B - 2\sin\theta_A}{\cos\theta_B - 2\cos\theta_A} \quad = \quad \frac{\sin 20° - 2\sin 15°}{\cos 20° - 2\cos 15°} \quad = \quad \mathbf{0{,}177}$$

En reprenant l'équation (6), on trouve l'accélération *a* :

$$a = g(\sin\theta_A - \mu_c\cos\theta_A) \quad = \quad 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times (\sin 15° - 0{,}177\ \times) \quad = \quad \mathbf{0{,}862}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$$

retour à la question ▲

5.28 Solution : Cinétique retour à la question ▲

Oui

La force de frottement cinétique est une force, au même titre qu'une force de frottement statique. Toute force entrainera une accélération si elle provoque une force résultant non nulle.

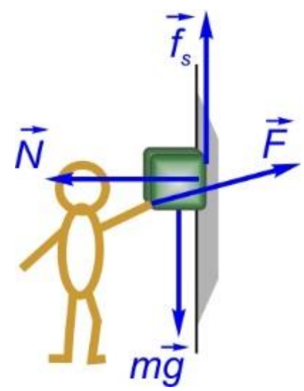
Dans le cas d'une automobile faisant glisser ses roues motrices pour accélérer, par exemple, cette force de frottement cinétique au sol demeure la seule force horizontale agissant sur l'auto. C'est donc la force générant une accélération, même s'il s'agit d'une force moins efficace que la force de frottement statique pour accélérer.

retour à la question ▲

5.29 Solution : Le mur retour à la question ▲

a) F = 39,2 N

Si on veut empêcher le bloc de tomber, il se trouve que le frottement entre le mur et le bloc doit agir vers le haut et aider à supporter le poids du bloc. Si le bloc ne tombe pas (la situation qu'on veut étudier), le bloc sera immobile et le frottement sera un frottement statique. On doit rédiger les équations des forces agissant sur le bloc. Utilisons le système d'axes conventionnel, tel qu'illustré sur l'image :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f_s}$$

$$\sum F_x = m\overbrace{a_x}^{=0} = F\cos\theta - N = 0 \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{=0} = F\sin\theta - mg + f_s = 0 \qquad (2)$$

Si on cherche la force minimale évitant le glissement, le frottement statique doit donc être à sa valeur maximale, d'où :

$$f_s = f_{s\,max} = \mu_s N \qquad (3)$$

Selon l'équation 1 :

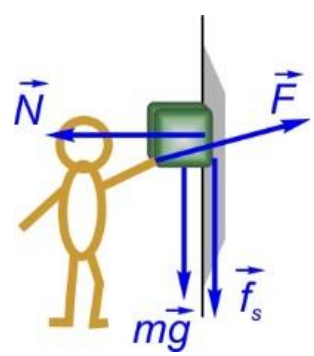
$$N = F\cos\theta$$

L'union des trois équations entraîne :

$$F = \frac{mg}{\mu_s\cos\theta\ +\ \sin\theta} = \frac{2\ \text{kg}\times 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}}{0{,}25\times\cos 15°\ +\ \sin 15°} = \mathbf{39{,}2\ N}$$

b) $F = 1{,}13\times10^3$ N

Si on veut que la force ne fasse pas monter le bloc le long du mur, elle doit être limitée à une certaine valeur. Dans ce scénario, le frottement peut contribuer à empêcher le soulèvement du bloc, et agira vers le bas. On rédige les équations des forces agissant sur le bloc, avec pour seul changement par rapport aux équations (1), (2) et (3) que la force de frottement agit vers le bas :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{f_s}$$

$$\sum F_x = m\overbrace{a_x}^{=0} = F\cos\theta - N = 0 \qquad (1)\quad \text{(car identique)}$$
$$\sum F_y = m\underbrace{a_y}_{=0} = F\sin\theta - mg - f_s = 0 \qquad (4)$$

$$f_s = f_{s\,max} = \mu_s N \qquad (5)$$

L'union des trois équations entraîne :

$$F = \frac{mg}{\sin\theta - \mu_s\cos\theta} = \frac{2\ \text{kg}\times 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}}{\sin 15°\ -\ 0{,}25\times\cos 15°} = \mathbf{1{,}13\times10^3\ N}$$

retour à la question ▲